

ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ПО ТЕМЕ

ПРЕДЕЛЫ

Содержание индивидуальных заданий

- в примерах 1–27 найти пределы функции
- в примерах 28–32 найти пределы функции, используя правило Лопиталя.

Примерный типовой вариант заданий

Найти пределы:

$$0.1. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{16x^2 - 6x + 2}{8x^2 + x - 1}.$$

$$0.2. \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\sin^2 21x}{4x^2}.$$

$$0.3. \lim_{x \rightarrow -8} \frac{x^2 + 7x - 8}{x^2 + 9x + 8}.$$

$$0.4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 9x}{4x}.$$

$$0.5. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 2x - 1}{8x^2 + 5x + 3}.$$

$$0.6. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 9x - 5}{x^3 + 11x^2 - 1}.$$

$$0.7. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^5 + x^3 - 7x^2}{x^3 + x^2 + 20}.$$

$$0.8. \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 14x)^{1/x}.$$

$$0.9. \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2+4+6+\dots+2n}{7n^2}.$$

$$0.10. \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4^{n+1} - 7^{n+1}}{4^n + 7^n}.$$

$$0.11. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + x + 1}{2x + 5}.$$

$$0.12. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 - 2x - 1}{x^3 + 4}.$$

$$0.13. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 5x - 4}{\sqrt{4x^4 + 2}}.$$

$$0.14. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{4 - x^2}.$$

$$0.15. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2}{1-x} - \frac{5}{1-x^3} \right).$$

$$0.16. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+a} - \sqrt{x}).$$

$$0.17. \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt[3]{x^3 + 8x^2}).$$

$$0.18. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\operatorname{tg} 5x}.$$

$$0.19. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 \frac{x}{3}}{x^2}.$$

$$0.20. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1 - \cos x}}.$$

$$0.21. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3}.$$

$$0.22. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \arcsin x}{3x}.$$

$$0.23. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{2}{x} \right)^x.$$

$$0.24. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x+3}{2x-1} \right)^x.$$

- 0.25. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x \cdot (\ln(x+1) - \ln x))$. 0.29. $\lim_{x \rightarrow 1} \operatorname{tg} \pi x \cdot \ln(x-1)$.
- 0.26. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3 \operatorname{tg} x)^{2 \operatorname{ctg} x}$. 0.30. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{\operatorname{tg}^2 x} \right)$.
- 0.27. $\lim_{x \rightarrow 7+0} 2^{\frac{1}{x-7}}$. 0.31. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\operatorname{tg} x}{x} \right)^{1/x^2}$.
- 0.28. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{tg} x}{x^3}$. 0.32. $\lim_{x \rightarrow +0} x^{\frac{1}{\ln \sin x}}$.

Решение примеров типового варианта заданий

0.1. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{16x^2 - 6x + 2}{8x^2 + x - 1}$.

Р е ш е н и е: При подстановке $x = -1$ в знаменатель получим $8 \cdot (-1)^2 + (-1) - 1 = 6$, т.е. нет неопределённости, поэтому просто подставляем $x = -1$ в само выражение

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{16x^2 - 6x + 2}{8x^2 + x - 1} &= \frac{16 \cdot (-1)^2 - 6 \cdot (-1) + 2}{8 \cdot (-1)^2 + (-1) - 1} = \\ &= \frac{16 + 6 + 2}{8 - 1 - 1} = \frac{24}{4} = 4 \end{aligned}$$

0.2. $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\sin^2 21x}{4x^2}$.

Р е ш е н и е: При подстановке в выражение $x = \pi/2$ имеем:

$$\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\sin^2 21x}{4x^2} = \frac{\sin^2(21 \cdot \frac{\pi}{2})}{4 \cdot \frac{\pi^2}{4}} = \frac{\sin^2(10\pi + \frac{\pi}{2})}{\pi^2} = \frac{\sin^2 \frac{\pi}{2}}{\pi^2} = \frac{1}{\pi^2}.$$

0.3. $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{x^2 + 7x - 8}{x^2 + 9x + 8}$.

Р е ш е н и е: При подстановке предельного значения $x = -8$ числитель и знаменатель дроби равны нулю (неопределенность вида $\frac{0}{0}$). Разложив их на множители, произведем сокращение на $(x + 8)$:

$$\lim_{x \rightarrow -8} \frac{x^2 + 7x - 8}{x^2 + 9x + 8} = \lim_{x \rightarrow -8} \frac{(x+8)(x-1)}{(x+8)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow -8} \frac{x-1}{x+1} = \frac{9}{7}.$$

0.4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 9x}{4x}$.

Р е ш е н и е: Устанавливаем, что данная функция не определена при $x = 0$ (неопределенность вида $\frac{0}{0}$). Для решения этого примера можно использовать два способа:

1) преобразуем функцию так, чтобы использовать первый замечательный предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ [1, (7.8)]:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 9x}{4x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 9x}{4x \cos 9x} = \frac{1}{4} \frac{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 9x}{x}}{\lim_{x \rightarrow 0} \cos 9x} = \frac{1}{4} \frac{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{9 \sin 9x}{9x}}{\lim_{x \rightarrow 0} \cos 9x} = \\ &= \frac{9}{4} \frac{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 9x}{9x}}{\lim_{x \rightarrow 0} \cos 9x} = \frac{9}{4} \cdot \frac{1}{1} = \frac{9}{4}. \end{aligned}$$

2) Используя понятие эквивалентности бесконечно малых величин, [1, определение 8.5] и теорему об отношении бесконечно малых величин [1, теорема 8.1] имеем:

$$\operatorname{tg} 9x \sim 9x \quad \text{при} \quad x \rightarrow 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 9x}{4x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{9x}{4x} = \frac{9}{4}.$$

0.5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2+2x-1}{8x^2+5x+3}$.

Р е ш е н и е: При $x \rightarrow +\infty$ имеет место неопределенность вида $\frac{\infty}{\infty}$. Разделим числитель и знаменатель на x^2

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2+2x-1}{8x^2+5x+3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3+\frac{2}{x}-\frac{1}{x^2}}{8+\frac{5}{x}+\frac{3}{x^2}} = \frac{3}{8},$$

так как при $x \rightarrow +\infty$ отношения $\frac{2}{x}$, $\frac{1}{x^2}$, $\frac{5}{x}$, $\frac{3}{x^2}$ стремятся к нулю.

0.6. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2+9x-5}{x^3+11x^2-1}$.

Р е ш е н и е: В данном случае имеем неопределенность вида $\frac{\infty}{\infty}$. Этот пример можно решить двумя способами:

1) Разделим числитель и знаменатель на x^3

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2+9x-5}{x^3+11x^2-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{x}+\frac{9}{x^2}-\frac{5}{x^3}}{1+\frac{11}{x}-\frac{1}{x^3}} = \frac{0}{1} = 0.$$

2) Согласно понятию эквивалентности бесконечно больших величин и правилу [1, (8.1)]

$$x^2 + 9x - 5 \sim x^2 \quad \text{и} \quad x^3 + 11x^2 - 1 \sim x^3 \quad \text{при} \quad x \rightarrow +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 9x - 5}{x^3 + 11x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x^3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0.$$

0.7. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^5 + x^3 - 7x^2}{x^3 + x^2 + 20}.$

Р е ш е н и е: Действуя аналогично предыдущему примеру.

1) Разделим числитель и знаменатель на x^5 .

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^5 + x^3 - 7x^2}{x^3 + x^2 + 20} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{1}{x^2} - \frac{7}{x^3}}{\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} + \frac{20}{x^5}} = \frac{1}{0} = +\infty.$$

2) Согласно понятию эквивалентности бесконечно больших величин и правилу [1, (8.1)]

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^5 + x^3 - 7x^2}{x^3 + x^2 + 20} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^5}{x^3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 = +\infty.$$

0.8. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 14x)^{1/x}.$

Р е ш е н и е: Воспользуемся замечательным пределом

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + kx)^{1/x} = e^k \quad (\text{см. [1, (6.6)]})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 14x)^{1/x} = e^{14}.$$

0.9. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2+4+6+\dots+2n}{7n^2}.$

Р е ш е н и е: При $n \rightarrow +\infty$ имеем неопределенность вида $(\frac{\infty}{\infty})$. В числителе выражения находится сумма членов арифметической прогрессии $S_n = 2 + 4 + 6 + \dots + 2n$, которая вычисляется по формуле $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$. В нашем случае $S_n = \frac{2+2n}{2} \cdot n = n + n^2$ и, следовательно:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2 + 4 + 6 + \dots + 2n}{7n^2} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{S_n}{7n^2} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n + n^2}{7n^2} =$$

согласно понятию эквивалентности $n + n^2 \sim n^2$ при $n \rightarrow +\infty$ и правилу [1, (8.1)]

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2}{7n^2} = \frac{1}{7}.$$

$$\mathbf{0.10.} \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4^{n+1} - 7^{n+1}}{4^n + 7^n}.$$

Р е ш е н и е: Разделим и числитель, и знаменатель выражения на 7^n . После преобразований получим:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4^{n+1} - 7^{n+1}}{4^n + 7^n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4 \cdot \left(\frac{4}{7}\right)^n - 7}{\left(\frac{4}{7}\right)^n + 1} = -7,$$

так как при $n \rightarrow +\infty$ выражение $\left(\frac{4}{7}\right)^n \rightarrow 0$ (показательная функция с основанием $0 < a < 1$).

$$\mathbf{0.11.} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + x + 1}{2x + 5}.$$

Р е ш е н и е: Согласно понятию эквивалентности [1, (8.1)].

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + x + 1}{2x + 5} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{2x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{2} = +\infty.$$

$$\mathbf{0.12.} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 - 2x - 1}{x^3 + 4}.$$

Р е ш е н и е: Аналогично примеру 0.6

1) Разделим числитель и знаменатель на x^3

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 - 2x - 1}{x^3 + 4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{3}{x} - \frac{2}{x^2} - \frac{1}{x^3}}{1 + \frac{4}{x^3}} = \frac{0}{1} = 0.$$

2) Согласно понятию эквивалентности [1, (8.1)]

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 - 2x - 1}{x^3 + 4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2}{x^3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{x} = 0.$$

$$\mathbf{0.13.} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 5x - 4}{\sqrt{4x^4 + 2}}.$$

Р е ш е н и е: Так как согласно правилу [1, (8.1)] при $x \rightarrow +\infty$

$$3x^2 + 5x - 4 \sim 3x^2, \quad \sqrt{4x^4 + 2} \sim 2x^2$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 5x - 4}{\sqrt{4x^4 + 2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2}{2x^2} = \frac{3}{2}$$

0.14. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{4 - x^2}.$

Р е ш е н и е: При $x \rightarrow 2$ числитель и знаменатель стремятся к нулю. Разложив их на множители, после сокращения на $(x - 2)$ получим:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{4 - x^2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2) \cdot (x + 3)}{-(x - 2) \cdot (x + 2)} = - \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x + 3}{x + 2} = -\frac{5}{4}.$$

0.15. $\lim_{x \rightarrow 1 \pm 0} \left(\frac{2}{1-x} - \frac{5}{1-x^3} \right).$

Р е ш е н и е: При подстановке в выражение $x=1$ имеем неопределенность $\infty - \infty$. Приведем выражение в скобках к общему знаменателю:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1 \pm 0} \left(\frac{2}{1-x} - \frac{5}{1-x^3} \right) &= \lim_{x \rightarrow 1 \pm 0} \left(\frac{2}{1-x} - \frac{5}{(1-x) \cdot (1+x+x^2)} \right) = \\ &= \lim_{x \rightarrow 1 \pm 0} \frac{2 \cdot (1+x+x^2) - 5}{(1-x) \cdot (1+x+x^2)} = \lim_{x \rightarrow 1 \pm 0} \frac{2x^2 + 2x - 3}{(1-x)^3} = \\ &= \frac{2+2-3}{\mp 0} = \frac{1}{\mp 0} = \mp \infty. \end{aligned}$$

0.16. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+a} - \sqrt{x}).$

Р е ш е н и е: Умножим и разделим выражение в скобках на сопряжённое ему $(\sqrt{x+a} + \sqrt{x})$:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+a} - \sqrt{x}) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{x+a} - \sqrt{x}) \cdot (\sqrt{x+a} + \sqrt{x})}{(\sqrt{x+a} + \sqrt{x})} = \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{x+a})^2 - (\sqrt{x})^2}{(\sqrt{x+a} + \sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+a-x}{\sqrt{x+a} + \sqrt{x}} = \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{a}{\sqrt{x+a} + \sqrt{x}} = \frac{a}{\infty} = 0. \end{aligned}$$

0.17. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt[3]{x^3 + 8x^2}).$

Р е ш е н и е: В данном случае имеем неопределенность вида $\infty - \infty$. Перенесем иррациональность в знаменатель, умножая и деля исходное выражение на такой множитель, чтобы получить разность кубов, т.е. $x^3 - \left(\sqrt[3]{x^3 + 8x^2}\right)^3 = x^3 - x^3 - 8x^2 = -8x^2$. Этот множитель есть неполный квадрат суммы:

$$x^2 + x\sqrt[3]{x^3 + 8x^2} + \sqrt[3]{(x^3 + 8x^2)^2}.$$

Получим:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt[3]{x^3 + 8x^2}) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x - \sqrt[3]{x^3 + 8x^2}) \left(x^2 + x\sqrt[3]{x^3 + 8x^2} + \sqrt[3]{(x^3 + 8x^2)^2} \right)}{x^2 + x\sqrt[3]{x^3 + 8x^2} + \sqrt[3]{(x^3 + 8x^2)^2}} = \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - x^3 - 8x^2}{x^2 + x\sqrt[3]{x^3 + 8x^2} + \sqrt[3]{(x^3 + 8x^2)^2}} = -8 \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x^2 \left(1 + \sqrt[3]{1 + \frac{8}{x}} + \sqrt[3]{\left(1 + \frac{8}{x}\right)^2} \right)} = -\frac{8}{3}. \end{aligned}$$

0.18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\operatorname{tg} 5x}.$

Р е ш е н и е: Устанавливаем, что данная функция не определена при $x = 0$ (неопределенность вида $\frac{0}{0}$). Подвергаем функцию преобразованию с тем, чтобы использовать первый замечательный предел (см. [1, (7.8)])

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\sin \alpha}{\alpha} = 1.$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\operatorname{tg} 5x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \cos 5x}{\sin 5x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \cos 5x}{\frac{\sin 5x}{5x} \cdot 5x} = \\ &= \frac{1}{5} \cdot \frac{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \cos 5x}{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{5x}} = \frac{1}{5} \cdot \frac{1 \cdot 1}{1} = \frac{1}{5}. \end{aligned}$$

Решим пример, используя понятие эквивалентности [1, теорема 8.1]

$$\sin x \sim x, \quad \operatorname{tg} 5x \sim 5x \quad \text{при} \quad x \rightarrow 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\operatorname{tg} 5x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{5x} = \frac{1}{5}.$$

0.19. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 \frac{x}{3}}{x^2}.$

Р е ш е н и е: Используя понятие эквивалентности для бесконечно малых [1, теорема 8.1]

$$\sin \frac{x}{3} \sim \frac{x}{3} \quad \text{при} \quad x \rightarrow 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 \frac{x}{3}}{x^2} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\frac{t^2}{9}}{t^2} = \frac{1}{9}.$$

0.20. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1 - \cos x}}.$

Р е ш е н и е: Раскрываем неопределенность вида $\left(\frac{0}{0}\right)$. Воспользуемся формулой тригонометрического тождества $1 - \cos x = 2 \sin^2 \frac{x}{2}$. Следовательно, $\sqrt{1 - \cos x} = \sqrt{2 \sin^2 \frac{x}{2}} = \sqrt{2} \sin \frac{x}{2}$.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1 - \cos x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{2} \sin \frac{x}{2}} =$$

= | согласно правилу эквивалентности бесконечно малых величин [1, теорема 8.1] $\sin \frac{x}{2} \sim \frac{x}{2}$ при $x \rightarrow 0$ | $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{2} \cdot \frac{x}{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}.$

0.21. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3}.$

Р е ш е н и е: Устанавливаем, что имеет место неопределенность вида $\left(\frac{0}{0}\right)$. Выполним элементарное преобразование:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin x}{\cos x} - \sin x}{x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \cdot \left(\frac{1 - \cos x}{\cos x}\right)}{x^3} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\cos x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = 1 \cdot 1 \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cdot \sin^2 \frac{x}{2}}{x^2} =$$

$$= | \sin \frac{x}{2} \sim \frac{x}{2} \text{ при } x \rightarrow 0 | = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cdot \frac{x^2}{4}}{x^2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}.$$

0.22. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \arcsin x}{3x}.$

Р е ш е н и е: Неопределенность типа $\left(\frac{0}{0}\right)$ можно раскрыть следующим образом. Обозначим $t = \arcsin x$, тогда $x = \sin t$. Если $x \rightarrow 0$, то и $t \rightarrow 0$. Следовательно,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \arcsin x}{3x} = \frac{2}{3} \lim_{t \rightarrow 0} \frac{t}{\sin t} = \frac{2}{3} \cdot 1 = \frac{2}{3}$$

или воспользуемся эквивалентностью $\arcsin x \sim x$ при $x \rightarrow 0$ [1, теорема 8.1]. Тогда

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \arcsin x}{3x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{3x} = \frac{2}{3}$$

0.23. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right)^x.$

Р е ш е н и е:

Воспользуемся замечательным пределом $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{k}{x}\right)^x = e^k$:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right)^x = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{-2}{x}\right)^x = e^{-2} = \frac{1}{e^2}.$$

0.24. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x+3}{2x-1}\right)^x.$

Р е ш е н и е: В этом примере предел основания равен единице, а показатель степени стремится к бесконечности; имеем неопределенность вида (1^∞) .

Чтобы раскрыть эту неопределенность, представим основание степени в виде $1 + \frac{1}{y}$, а в показателе степени выделим множитель y , чтобы использовать второй замечательный предел

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{y}\right)^y = e:$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x+3}{2x-1}\right)^x &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{(2x-1)+4}{2x-1}\right)^x = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{4}{2x-1}\right)^x = \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{\frac{2x-1}{4}}\right)^{\frac{2x-1}{4} \cdot \frac{4x}{2x-1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\left(1 + \frac{1}{\frac{2x-1}{4}}\right)^{\frac{2x-1}{4}}\right)^{\frac{4x}{2x-1}} = \\ &= \left(\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{\frac{2x-1}{4}}\right)^{\frac{2x-1}{4}}\right)^{\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x}{2x-1}} = e^{\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{2-\frac{1}{x}}} = e^2. \end{aligned}$$

0.25. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x \cdot (\ln(x+1) - \ln x)).$

Р е ш е н и е: Здесь имеет место неопределенность $(\infty \cdot (\infty - \infty))$. Для раскрытия этой неопределенности воспользуемся свойствами логарифма $\ln(x+1) - \ln(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$ и $x \cdot \ln\left(\frac{x+1}{x}\right) = \ln\left(\frac{x+1}{x}\right)^x$. Кроме того, для непрерывных функций существует правило:

$\lim_{x \rightarrow a} (\ln f(x)) = \ln(\lim_{x \rightarrow a} f(x)).$ Итак:

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow +\infty} (x \cdot (\ln(x+1) - \ln x)) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\ln \left(\frac{x+1}{x} \right)^x \right) = \\ &= \ln \left(\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+1}{x} \right)^x \right) = \ln \left(\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x \right) = \ln e = 1.\end{aligned}$$

0.26. $\lim_{x \rightarrow +0} (1 + 3 \operatorname{tg} x)^{2 \operatorname{ctg} x}.$

Решение: Обозначим $\operatorname{tg} x = t$, тогда $\operatorname{ctg} x = \frac{1}{t}$, а при $x \rightarrow 0$ и $t \rightarrow 0$. С учётом новых обозначений и замечательного предела $\lim_{t \rightarrow 0} (1 + kt)^{\frac{1}{t}} = e^k$

$$\lim_{x \rightarrow 0} ((1 + 3 \operatorname{tg} x)^{2 \operatorname{ctg} x}) = \lim_{t \rightarrow 0} (1 + 3t)^{\frac{2}{t}} = (\lim_{t \rightarrow 0} (1 + 3t)^{\frac{1}{t}})^2 = (e^3)^2 = e^6.$$

0.27. $\lim_{x \rightarrow 7+0} 2^{\frac{1}{x-7}}.$

Решение: Если $x \rightarrow 7+0$ и, значит, $x-7 \rightarrow +0$, то $\frac{1}{x-7} = \frac{1}{+0} = +\infty$.

Итак, $\lim_{x \rightarrow 7+0} 2^{\frac{1}{x-7}} = 2^{+\infty} = +\infty$.

0.28. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{tg} x}{x^3}.$

Решение: Числитель и знаменатель стремиться к нулю при $x \rightarrow 0$, поэтому имеем неопределенность вида $0/0$. Применяя правило Лопиталя, т.е. рассматривая предел отношения производных заданных функций, получаем

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{tg} x}{x^3} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \frac{1}{\cos^2 x}}{3x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - 1}{3x^2 \cos^2 x} = \\ &= -\frac{1}{3} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x^2 \cos^2 x} = -\frac{1}{3}, \quad \text{так как} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1.\end{aligned}$$

0.29. $\lim_{x \rightarrow 1} \operatorname{tg} \pi x \cdot \ln(x-1).$

Решение: Здесь имеется неопределенность вида $0 \cdot \infty$. Представим произведение функций в виде частного, а затем, получив неопределенность вида ∞/∞ , применим правило Лопиталя дважды, находим

$$\lim_{x \rightarrow 1} \operatorname{tg} \pi x \cdot \ln(x-1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x-1)}{\operatorname{ctg} \pi x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{1}{x-1}}{-\frac{\pi}{\sin^2 \pi x}} = -\frac{1}{\pi} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin^2 \pi x}{x-1} =$$

$$= -\frac{1}{\pi} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2\pi \sin \pi x \cos \pi x}{1} = 2 \lim_{x \rightarrow 1} \sin \pi x = 0.$$

0.30. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{\operatorname{tg}^2 x} \right).$

Р е ш е н и е: Это неопределенность вида $\infty - \infty$. Приведя дроби к общему знаменателю, получим:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{\operatorname{tg}^2 x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 x - x^2}{x^2 \operatorname{tg}^2 x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x - x^2 \cos^2 x}{x^2 \sin^2 x}$$

(неопределенность типа $0/0$).

Прежде чем применить правило Лопиталья, заменим знаменатель последней дроби эквивалентной ему при $x \rightarrow 0$ бесконечно малой $x^2 \sin^2 x \sim x^4$. Получим

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{\operatorname{tg}^2 x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x - x^2 \cos^2 x}{x^4}$$

Применяя правило Лопиталья дважды, находим

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{\operatorname{tg}^2 x} \right) &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x - x^2 \cos^2 x}{x^4} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin x \cos x - 2x \cos^2 x + 2x^2 \cos x \sin x}{4x^3} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - 2x \cos^2 x + x^2 \sin 2x}{4x^3} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cos 2x - 2 \cos^2 x + 4x \sin x \cos x + 2x \sin 2x + 2x^2 \cos 2x}{12x^2} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - \sin^2 x - \cos^2 x + x^2 \cos 2x + 2x \sin 2x}{6x^2} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\sin^2 x + x^2 \cos 2x + 2x \sin 2x}{6x^2} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(-\frac{\sin^2 x}{6x^2} + \frac{\cos 2x}{6} + \frac{\sin 2x}{3x} \right) = -\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{2}{3} = \frac{2}{3}. \end{aligned}$$

0.31. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\operatorname{tg} x}{x} \right)^{1/x^2}.$

Р е ш е н и е: Имеем неопределенность вида 1^∞ .

Пусть $y = \left(\frac{\operatorname{tg} x}{x} \right)^{1/x^2}$, тогда

$$\ln y = \frac{1}{x^2} \ln \left(\frac{\operatorname{tg} x}{x} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \ln y = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \frac{\operatorname{tg} x}{x}}{x^2} \quad \left(\text{неопределенность вида } \frac{0}{0} \right)$$

Вычислим предел логарифма данной функции, применяя правило Лопиталя дважды:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \ln y &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \frac{\operatorname{tg} x}{x}}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \operatorname{tg} x - \ln x}{x^2} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{\operatorname{tg} x} \cdot \frac{1}{\cos^2 x} - \frac{1}{x}}{2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x \cos x}{2x^2 \sin x \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \frac{1}{2} \sin 2x}{x^2 \sin 2x} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{2x \sin 2x + 2x^2 \cos 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 x}{2(x \sin 2x + x^2 \cos 2x)} = \end{aligned}$$

т.к. $\sin^2 x \sim x^2$, $\sin 2x \sim 2x$ при $x \rightarrow 0$

$$\begin{aligned} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{x(\sin 2x + x \cos 2x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin 2x + x \cos 2x} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2 \cos 2x + \cos 2x - 2x \sin 2x} = \frac{1}{3}. \end{aligned}$$

Следовательно, $\lim_{x \rightarrow 0} y = e^{1/3}$.

0.32. $\lim_{x \rightarrow +0} x^{\frac{1}{\ln \sin x}}.$

Р е ш е н и е: Это неопределенность вида 0^0

Пусть $y = x^{\frac{1}{\ln \sin x}}$, тогда $\ln y = \frac{1}{\ln \sin x} \ln x$

$$\lim_{x \rightarrow +0} \ln y = \lim_{x \rightarrow +0} \frac{\ln x}{\ln \sin x} \quad \left(\text{неопределенность вида } \frac{\infty}{\infty} \right)$$

Применяя правило Лопиталя, получим

$$\lim_{x \rightarrow +0} \ln y = \lim_{x \rightarrow +0} \frac{\ln x}{\ln \sin x} = \lim_{x \rightarrow +0} \frac{\frac{1}{x}}{\frac{\cos x}{\sin x}} = \lim_{x \rightarrow +0} \frac{\sin x}{x \cos x} = 1.$$

Следовательно, $\lim_{x \rightarrow +0} y = e^1 = e$.

Варианты заданий

Вариант 1

1.1. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{8x^2 + 2x + 3}{7x^2 - 3x + 5}$

1.2. $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\sin^2 3x}{2x^2}$

1.3. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 9x + 20}{x^2 - 14x + 45}$

1.4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 20x}{5x}$

1.5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 2x + 3}{6x^2 + 4x - 3}$

1.6. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 5}{x^2 - 8x + 7}$

1.7. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + x + 6}{x + 4}$

1.8. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{5}{x}\right)^x$

1.9. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + 4 + 9 + \dots + n^2}{3n^3 - n^2 + 1}.$ ¹

1.10. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^{n+1} + 4^{n+1}}{4^n - 3^n}.$

1.11. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x+8)^3(x+1)}{4x(x+5)^3}.$

1.12. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 + x + 7}{3x^2 - 6}.$

1.25. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x[\ln(x+3) - \ln(x-2)].$

1.26. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{5x} \ln(1 + 5x).$

1.27. $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{1}{1 + e^{1/x}}.$

1.28. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}.$

1.13. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{1 - 5x^4 + 8x^9}}{\sqrt{25x^6 - 5x^5 + 4x^2 - 1}}.$

1.14. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x - 4}{x^4 - 7x - 2}.$

1.15. $\lim_{x \rightarrow 9} \left(\frac{1}{x-9} - \frac{18}{x^2 - 81}\right).$

1.16. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x}.$

1.17. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x(x+1)} - x).$

1.18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos mx}{x^2}.$

1.19. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\pi x^\alpha)}{\sin(\pi x^\beta)}.$

1.20. $\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{ctg} 5x.$

1.21. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{\pi^2 - x^2}.$

1.22. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{x}.$

1.23. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{8}{x+1}\right)^{x+1}.$

1.24. $\lim_{x \rightarrow e} \frac{\ln x - 1}{x - e}.$

1.29. $\lim_{x \rightarrow +0} \sqrt{x} \ln x.$

1.30. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{x}{\ln x}\right).$

1.31. $\lim_{x \rightarrow a} \arcsin \frac{x-a}{a} \cdot \operatorname{ctg}(x-a).$

1.32. $\lim_{x \rightarrow +0} x^x.$

¹использовать формулу $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$

Вариант 2

- 2.1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{8x^2 - 4x + 3}{3x^2 + 5x - 1}$
- 2.2. $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\sin^2 7x}{4x^2}$
- 2.3. $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 10x + 21}{x^2 + x - 56}$
- 2.4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 5x}{x^2}$
- 2.5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{10x^2 + 5x - 3}{5x^2 - 2x + 1}$
- 2.6. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x - 3}{2x^2 + 3x - 5}$
- 2.13. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{3x^2}{2x + 1} - \frac{2(x-1)(3x^2 + x + 2)}{4x^2} \right)$
- 2.14. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{\sqrt{x^2 + 21} - 5}$
- 2.15. $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x^3 - 4x^2 + 4x} - \frac{1}{x^2 - 3x + 2} \right)$
- 2.17. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x - 1} - \sqrt{x^2 - x + 1})$
- 2.18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x}$
- 2.19. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos 7x}{x^2}$
- 2.20. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 4x}{\sin^2 x}$
- 2.21. $\lim_{x \rightarrow \pi/4 - 0} \operatorname{ctg} 2x \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{4} - x \right)$
- 2.25. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x + 2)[\ln(3x + 1) - \ln(3x - 4)]$
- 2.26. $\lim_{x \rightarrow \pi/2 - 0} (1 + \operatorname{ctg} x)^{\operatorname{tg} x}$
- 2.27. $\lim_{x \rightarrow -2 + 0} 7^{\frac{1}{x+2}}$
- 2.28. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$
- 2.7. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-5x^3 - 6}{35x^2 + 6x - 2}$
- 2.8. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{3}{x} \right)^x$
- 2.9. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 + 3n - 2}{1 + 2 + \dots + n}$
- 2.10. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^n + 3^{-n}}{2^{-n} - 3^n}$
- 2.11. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^4 - 7x^2 + 5x - 4}{3x^4 + x^2 + x + 1}$
- 2.12. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 4}{x^4 + x^2 - 1}$
- 2.16. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{\sqrt{x} - 1}$
- 2.22. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3x^4)^{1/\sin^2 x}$
- 2.23. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x}{x+1} \right)^x$
- 2.24. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x+1}{2x-3} \right)^x$
- 2.29. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$
- 2.30. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right)$
- 2.31. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x^2)^{1/(e^x - 1 - x)}$
- 2.32. $\lim_{x \rightarrow +0} (x^{x^x} - 1)$

Вариант 3

- 3.1. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{9x^2+3x+5}{8x^2-3x+5}$
- 3.2. $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\sin^2 11x}{9x^2}$
- 3.3. $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2+x-56}{x^2-10x+21}$
- 3.4. $\lim_{x \rightarrow -\pi/2} \frac{\sin^2 9x}{5x^2}$
- 3.5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^9-x^7+1}{x^9+3x-2}$
- 3.6. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^9-x^7+1}{x^{10}+3x-2}$
- 3.7. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^9+2x^7-5}{10x^8+x^6+2}$
- 3.8. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{7}{20}x\right)^{1/x}$
- 3.9. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1+3+5+\dots+(2n-1)}{n^3}$
- 3.10. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a^n - a^{-n}}{a^n + a^{-n}}, a > 1.$
- 3.11. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2-x+1}{2x^2+x+1}$
- 3.12. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^3-3x^2+x-1}{2x^2+x+1}$
- 3.13. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2+14}+x}{x^3-2+x}$
- 3.14. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+6}-3}{x-3}$
- 3.15. $\lim_{x \rightarrow 1+0} \left(\frac{3}{1-x^3} + \frac{1}{x-1}\right)$
- 3.16. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x^2}-1}{x^2}$
- 3.17. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{x^3+1} - x)x^2$
- 3.18. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sin(x+2)}{4x+8}$
- 3.19. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sin 6x - \sin 7x}$
- 3.20. $\lim_{x \rightarrow 0} x^2(1 + \operatorname{ctg}^2 5x)$
- 3.21. $\lim_{x \rightarrow \pi/6} \frac{\cos(\frac{2\pi}{3}-x)}{\sqrt{3}-2\cos x}$
- 3.22. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3}$
- 3.23. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 2x^3)^{1/x^3}$
- 3.24. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x+4}{3x-2}\right)^{2x+1}$
- 3.25. $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{\sin x}}$
- 3.26. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x+x^2) + \ln(1-3x+x^2)}{x^2}$
- 3.27. $\lim_{x \rightarrow 3+0} 19^{\frac{1}{x-3}}$
- 3.28. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4}{x^2+2\cos x-2}$
- 3.29. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^n}{e^x}$
- 3.30. $\lim_{x \rightarrow +0} \left(\operatorname{ctg} x - \frac{1}{x}\right)$
- 3.31. $\lim_{x \rightarrow \pi/2} (\sin x)^{\operatorname{tg} x}$
- 3.32. $\lim_{x \rightarrow +0} x^{x^x} - 1$

Вариант 4

- 4.1. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2+5x-1}{8x^2-4x+3}$
- 4.2. $\lim_{x \rightarrow -\pi/2} \frac{\sin^2 9x}{11x^2}$
- 4.3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+2x-3}{x^2+x-2}$
- 4.4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{3x^2}$
- 4.5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{30x^2+6x-3}{6x^2-3x+1}$
- 4.6. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{8x+3}{42x^2-5x+6}$
- 4.7. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^7+7x-11}{x^5-3x+9}$
- 4.8. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{7}{x}\right)^x$
- 4.9. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1-2+3-\dots+(2n-1)-2n}{\sqrt{n^2+1}}$
- 4.10. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{8^{n+1}-3^{n+1}}{3^n+8^n}$
- 4.11. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3-100x^2+1}{100x^2+15x}$
- 4.12. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^3-3x^2+x-1}{3x^3+2x^2-1}$
- 4.13. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^3-4x^2+x-1}{x^5+1}$
- 4.14. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5-x^2}-2}{1-x}$
- 4.15. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3}{1-x^3} - \frac{1}{1-x}\right)$
- 4.16. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x^2}$
- 4.17. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2-2}-\sqrt{x^2+2})$
- 4.18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin x}{3x}$
- 4.19. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin^2 x}{1+\cos^3 x}$
- 4.20. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{\cos 5x}-1}{3x^2}$
- 4.21. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\operatorname{tg}(x+3)}{9-x^2}$
- 4.22. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n \operatorname{arctg} n}{n^2-2}$
- 4.23. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{11}{x}\right)^{12x}$
- 4.24. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{5x-1}{5x+7}\right)^{3x-2}$
- 4.25. $\lim_{x \rightarrow 1} (1 + \sin^2 \pi x)^{\operatorname{ctg}^2 \pi x}$
- 4.26. $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x + \sin x)^{\frac{1}{x}}$
- 4.27. $\lim_{x \rightarrow 1-0} \frac{1}{1+7^{1/(1-x)}}$
- 4.28. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5-1}{2x^3-x-1}$
- 4.29. $\lim_{x \rightarrow 0} x^n \cdot \ln x \quad (n > 0)$
- 4.30. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x-1}\right)$
- 4.31. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x}\right)^{1/x}$
- 4.32. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x + \sqrt{x^2+1}\right)^{1/\ln x}$

Вариант 5

- 5.1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{11x^2 - 7x + 6}{3x^2 + 4x - 2}$
- 5.2. $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\sin^2 3x}{11x^2}$
- 5.3. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 14x + 13}{x^2 + 4x + 3}$
- 5.4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{11x^2}$
- 5.5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{10} + x^7 - 13}{3x^{10} - 7x^5 + 8}$
- 5.6. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{31} + 6x^{16} - 5}{7x^{32} - 5x^{13} + 13}$
- 5.7. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^7 - x^2 + 5}{x^6 - 5x^5 + 3}$
- 5.8. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 14x)^{1/x}$
- 5.9. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1^2 + 2^2 + \dots + n^2}{n^3} \cdot 2$
- 5.10. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{35^{n+1} + 7^{n+1}}{35^n + 7^n}$
- 5.11. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 + 5x^3 + 2x}{x^4 + 8x^2 + 1}$
- 5.12. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^3}{x^2 + 1} - x \right)$
- 5.13. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1000x^3 + 3x^2}{0,001x^4 - 100x^3 + 1}$
- 5.14. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 5x + 4}$
- 5.15. $\lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{4}{x(4-x)} + \frac{3}{x^2 - 5x + 4} \right)$
- 5.16. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x^2 + 7} - \sqrt{7 - 3x}}{\sqrt{x + 3} - \sqrt{x^2 - 9}}$
- 5.17. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{\frac{3}{2}} (\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^3 + 1})$
- 5.18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$
- 5.19. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\frac{\pi}{4} - x)}{\sin(\frac{3\pi}{4} + x)}$
- 5.20. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x - \sin a}{x - a}$
- 5.21. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\operatorname{tg}(x+1)}{x^2 - 1}$
- 5.22. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin ax}{x}$
- 5.23. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{\frac{1}{3+5x}}$
- 5.24. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+1}{2x+3} \right)^x$
- 5.25. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x^2)^{\operatorname{ctg}^2 x}$
- 5.26. $\lim_{x \rightarrow +\infty} 6x [\ln(3x + 1) - \ln 3x]$
- 5.27. $\lim_{x \rightarrow 3-0} 6^{\frac{1}{3-x}}$
- 5.28. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{arctg} x}{x^3}$
- 5.29. $\lim_{x \rightarrow 0} [\ln(1 + \sin^2 x) \cdot \operatorname{ctg} \ln^2(1 + x)]$
- 5.30. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right)$
- 5.31. $\lim_{x \rightarrow 1} x^{1/(x-1)}$
- 5.32. $\lim_{x \rightarrow 0} x^{1/\ln(e^x - 1)}$

²использовать формулу $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$

Вариант 6

6.1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + 4x + 3}{9x^2 + 2x - 1}$

6.2. $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\sin^2 12x}{3x^2}$

6.3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 12x - 13}{x^2 + 2x - 3}$

6.4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 5x}{3x^2}$

6.5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 7x + 6}{7x^2 - 8x + 5}$

6.6. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^4 + 16x - 3}{8x^5 + 9x + 1}$

6.7. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^6 - x^4 + 11}{x^5 - 11x^3 + 2}$

6.8. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 13x)^{1/x}$

6.9. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1^2 + 2^2 + \dots + n^2}{n^2} - \frac{n}{3} \right)^3$

6.10. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{7^{n+1} - 1}{1 - 7^n}$

6.11. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^7 + 5x^6 + 4x^3}{2x^7 + 3x^3}$

6.12. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 1}{x^4 + 2x + 3}$

6.13. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{x^2 + 1} + x)^2}{\sqrt[4]{x^6 + 1}}$

6.14. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x + 2}{\sqrt{x^2 + 5} - 3}$

6.15. $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{2}{2x - x^2} + \frac{1}{x^2 - 3x + 2} \right)$

6.16. $\lim_{\alpha \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2\alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha}$

6.17. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 + 1} - x)$

6.18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{\sin 5x}$

6.19. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos 5x}{x^2}$

6.20. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x - \sin 3x}{\sin x}$

6.21. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\left(\frac{\pi}{2} - x\right)^2}$

6.22. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} ax}{x}$

6.23. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{k}{x}\right)^{mx}$

6.24. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2x+3}{4x+1}\right)^{x+2}$

6.25. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + \operatorname{tg} x}{1 + \sin x}\right)^{\frac{1}{\sin x}}$

6.26. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 - \frac{5}{x})}{x}$

6.27. $\lim_{x \rightarrow 1+0} 4^{\frac{1}{x-1}}$

6.28. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{10} - 10x + 9}{x^5 - 5x + 4}$

6.29. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log_a x}{x^k} \quad (k > 0)$

6.30. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\arcsin x}\right)$

6.31. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2}{\pi} \arccos x\right)^{1/x}$

6.32. $\lim_{x \rightarrow +0} \left(\frac{1}{x}\right)^{\operatorname{tg} x}$

³использовать формулу $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$

Вариант 7

- 7.1. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{10x^2 - 8x - 1}{9x^2 + 3x - 11}$
- 7.2. $\lim_{x \rightarrow -\pi/2} \frac{\sin^2 4x}{9x^2}$
- 7.3. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 + 4x + 3}$
- 7.4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 4x}{9x^2}$
- 7.5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^6 + x^5 - 18}{9x^6 - 32x^5 + 7}$
- 7.6. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{11} + 5x^{10} - 1}{x^{18} - 7x^2 + 3}$
- 7.7. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^5 + 13x^4 - 18}{13x^4 - 12x^3 + 3}$
- 7.8. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{11}{x}\right)^x$
- 7.9. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^n}}{1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{3^n}}$
- 7.10. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{11^{n+1} - 13^{n+1}}{11^n + 13^n}$
- 7.11. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x+1)^2}{2x^2}$
- 7.12. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^3}{2x^2 - 1} - \frac{x^2}{2x + 1}\right)$
- 7.13. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 - 2x + 1}{5x^6 + 2x - 3}$
- 7.14. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 2}$
- 7.15. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3}\right)$
- 7.16. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{3 - \sqrt{2x+1}}$
- 7.17. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt[3]{(x+1)^2} - \sqrt[3]{(x-1)^2}\right)$
- 7.18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 4x}$
- 7.19. $\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sqrt[3]{(1 - \cos \alpha)^2}}$
- 7.20. $\lim_{x \rightarrow 2-0} (2-x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{4}$
- 7.21. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\operatorname{tg} x}\right)$
- 7.22. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\operatorname{ctg} x - \operatorname{ctg} a}{x - a}$
- 7.23. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{6}{x}\right)^x$
- 7.24. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 4}{x^2 - 4}\right)^{x^2}$
- 7.25. $\lim_{x \rightarrow +0} (1 + x^2)^{\operatorname{ctg} x}$
- 7.26. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x)}{x}$
- 7.27. $\lim_{x \rightarrow -1+0} 14^{\frac{1}{1+x}}$
- 7.28. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 4x - 7}{2x^2 + 3x - 5}$
- 7.29. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^m}{a^x} \quad (a > 1)$
- 7.30. $\lim_{x \rightarrow +0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{\sin^2 x}\right)$
- 7.31. $\lim_{x \rightarrow +0} (1+x)^{\ln x}$
- 7.32. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}-0} (\pi - 2x)^{\cos x}$

Вариант 8

- 8.1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x^2 - 7x - 16}{5x^2 + 2x - 2}$
- 8.2. $\lim_{x \rightarrow -\pi/2} \frac{\sin^2 11x}{2x^2}$
- 8.3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 6x - 16}{x^2 + x - 6}$
- 8.4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 4x}{15x^2}$
- 8.5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{7x^2 + 6x - 16}{5x^2 + x - 6}$
- 8.6. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{8x^7 - 14x^6 + 5}{6x^8 + 3x^2 - 5}$
- 8.7. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^{13} + 11x^6 + 3}{7x^{12} - 8x^7 + 1}$
- 8.8. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{13x}\right)^{1/x}$
- 8.9. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1+2+3+\dots+n}{n+2} - \frac{n}{2}\right)$
- 8.10. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^{n+2} + 3^{n+3}}{2^n + 3^n}$
- 8.11. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^3 + 2x - 1}}{x + 2}$
- 8.12. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x+1)^2}{2x^2}$
- 8.13. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{9x^5 + x^4 + 1}}{x^2 + 8x}$
- 8.14. $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x^2 - 5}{x - 1}\right)^3$
- 8.15. $\lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{x+2}{x^2 - 5x + 4} + \frac{x-4}{3(x^2 - 3x + 2)}\right]$
- 8.16. $\lim_{x \rightarrow 5+0} \frac{\sqrt{x-1} - 2}{x-5}$
- 8.17. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 2x - 1} - \sqrt{x^2 - 7x + 3})$
- 8.18. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(1-x)}{x^2 + x - 2}$
- 8.19. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{\sin 5x}$
- 8.20. $\lim_{x \rightarrow 1-0} (1-x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}$
- 8.21. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{\operatorname{ctg} \frac{\pi}{6} x}$
- 8.22. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{x}$
- 8.23. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x+2}{2x+1}\right)^{x^2}$
- 8.24. $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{\sin^2 x}}$
- 8.25. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+2) - \ln 2}{x}$
- 8.26. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \operatorname{tg}^2 \sqrt{x})^{1/2x}$
- 8.27. $\lim_{x \rightarrow -0} 13^{\frac{1}{x} + 1}$
- 8.28. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x}{\ln \cos 3x}$
- 8.29. $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{\ln x}{\ln \sin x}$
- 8.30. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1}\right)$
- 8.31. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} x\right)^x$
- 8.32. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}-0} (\operatorname{tg} x)^{\cos x}$

Вариант 9

$$9.1. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 - 8x - 12}$$

$$9.2. \lim_{x \rightarrow -\pi/2} \frac{\sin^2 3x}{7x^2}$$

$$9.3. \lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 - 5x - 6}{x^2 - 8x + 12}$$

$$9.4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 9x}{5x}$$

$$9.5. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^7 + 13x - 11}{48x^7 + 14x + 2}$$

$$9.6. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 7x^2 + 3}{10x^4 - 6x - 12}$$

$$9.7. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{10} - x^7 + 1}{2x^9 + 3x - 2}$$

$$9.8. \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x)^{1/x}$$

$$9.9. \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 - 2 + 3 - 4 + \dots - 2n}{\sqrt{n^2 + 1}}$$

$$9.10. \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3 + 0,5^n}{0,5^{n+1} - 3}$$

$$9.11. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{x^2 + x}}{x + 1}$$

$$9.12. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{x^2 + 1} + x)^2}{\sqrt[3]{x^6 + 1}}$$

$$9.13. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{8x^3 + 3x + 2}{9x^2 + 4x - 1}$$

$$9.14. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{3x^2 - 9x + 6}$$

$$9.15. \lim_{x \rightarrow 2} \left[\frac{1}{x(x-2)^2} - \frac{1}{x^2 - 3x + 2} \right]$$

$$9.16. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x^3} - 1}{x^2}$$

$$9.17. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1})$$

$$9.18. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \alpha x}{\sin \beta x}$$

$$9.19. \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin^2 x - \sin^2 a}{x^2 - a^2}$$

$$9.20. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{1 - \frac{x^2}{\pi^2}}$$

$$9.21. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{x \cos 5x}$$

$$9.22. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\arcsin x}{\operatorname{tg} \frac{\pi}{2} x}$$

$$9.23. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{\frac{x+1}{x}}$$

$$9.24. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}\right)^{x^2}$$

$$9.25. \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x + a \sin bx)^{1/x}$$

$$9.26. \lim_{x \rightarrow +\infty} [-2(x+1) \ln(\frac{1}{x} + 1)]$$

$$9.27. \lim_{x \rightarrow -7-0} 11^{\frac{5}{x+7}}$$

$$9.28. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^4 + x^3 - 3x^2 - 5x - 2}{x^4 + 2x^3 - 2x - 1}.$$

$$9.29. \lim_{x \rightarrow +0} \frac{\ln \sin x}{\operatorname{ctg} x}.$$

$$9.30. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x \operatorname{arctg} x} - \frac{1}{x^2} \right).$$

$$9.31. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{(1+x)^{1/x}}{e} \right)^{1/x}.$$

$$9.32. \lim_{x \rightarrow +0} x^{x^x}.$$

Вариант 10

10.1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{7x^2+9x+1}{3x^2+6x+3}$

10.2. $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\sin^2 6x}{4x^2}$

10.3. $\lim_{x \rightarrow -6} \frac{x^2+5x-6}{x^2+4x-12}$

10.4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 11x}{9x^2}$

10.5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{8x^8+x^5-6}{7x^8-x^4+7}$

10.6. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^6+11x^3+2}{6x^7-9x^4-1}$

10.7. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2+13x-2}{x-1}$

10.8. $\lim_{x \rightarrow 0} (1+17x)^{1/x}$

10.9. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n^2-n-1}{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\dots+\frac{1}{2^n}}$

10.10. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{5 \cdot 2^n - 3 \cdot 5^{n+1}}{100 \cdot 2^n + 2 \cdot 5^n}$

10.11. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{x^4+1}}{\sqrt{x^7+3x^3+1}}$

10.12. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2x^3-2x^2+1}}{\sqrt[4]{x^6+6x^5+2}}$

10.26. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [x[\ln(x+a) - \ln x]]$

10.27. $\lim_{x \rightarrow -7-0} 11^{\frac{5}{x+7}}$

10.28. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5-3x^2+7x-5}{x^4-5x+4}$

10.29. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}+0} \frac{\ln(x-\frac{\pi}{2})}{\operatorname{tg} x}$

10.13. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3+x-2}{3x^2-x+1}$

10.14. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+4x-5}{x^2-1}$

10.15. $\lim_{x \rightarrow 1} (\frac{x^2-4x+6}{x^2-5x+4} + \frac{x-4}{3x^2-9x+6})$

10.16. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$

10.17. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2+1} - x)$

10.18. $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sin(x+4)}{16-x^2}$

10.19. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(a+x) - \cos(a-x)}{x}$

10.20. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3}$

10.21. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\sin(x-\frac{\pi}{6})}{\frac{\sqrt{3}}{2} - \cos x}$

10.22. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\arcsin 3x}$

10.23. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1 + \frac{1}{x})^{x^2}$

10.24. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\frac{3x-4}{3x+2})^{\frac{x+1}{4}}$

10.25. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos^2 x}{\operatorname{tg}^2 x}$

10.30. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^{7/8} - x^{6/7} \ln^2 x)$

10.31. $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{1/x^2}$

10.32. $\lim_{x \rightarrow 0} (\frac{\arcsin x}{x})^{1/x^2}$

Вариант 11

11.1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 6x - 1}{8x^2 - 5x + 3}$

11.2. $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\pi \sin^2 2x}{13x^2}$

11.3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x - 10}{x^2 - 5x + 6}$

11.4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 5x^2}{x^2}$

11.5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{9x^6 + 12x^4 + 1}{4x^6 + 3x^5 + 7}$

11.6. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x^2 + 2x - 1}{x^3 - 7x + 3}$

11.7. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^6 - 11x + 8}{4x^5 + 8x - 11}$

11.8. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{x}{2}\right)^{1/x}$

11.9. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{3}{5} + \frac{3}{25} + \frac{3}{125} + \dots + \frac{3}{5^n}\right)$

11.10. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n!}{(n+1)! - n!}$

11.11. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3 + x} - x}$

11.12. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 7x - 1}{x^3 + 2x^2 + 3}$

11.13. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x^4 + 5x - 2}{2x^4 + 3x - 7}$

11.14. $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{2x^2 - 11x - 21}{x^2 - 9x + 14}$

11.15. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2}{1-x} + \frac{4}{x^2 - 1}\right)$

11.16. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x+11} - 2\sqrt{x-1}}{x^2 - 25}$

11.17. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2}{\sin 2x} - \operatorname{ctg} x\right)$

11.18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{8 \sin 8x}{3x}$

11.19. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos \alpha x - \cos \beta x}{x^2}$

11.20. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos x - \sin x}{\cos 2x}$

11.21. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \sin x} - \sqrt{1 - \sin x}}{\operatorname{tg} x}$

11.22. $\lim_{x \rightarrow 0} 8x \operatorname{arctg} 3x$

11.23. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)^{3x}$

11.24. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 4x + 2}\right)^x$

11.25. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1 + \sin x)^{\frac{1}{\sin x}}$

11.26. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left[\ln \left(1 + \frac{x}{2}\right) - \ln \frac{x}{2}\right]$

11.27. $\lim_{x \rightarrow 8+0} 5^{\frac{1}{x-8}}$

11.28. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x^2 + 7x - 5}{x^3 + 2x^2 - 9x + 6}$

11.29. $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{\ln(1 - \cos x)}{\ln \operatorname{tg} x}$

11.30. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2}{1-x^2} - \frac{3}{1-x^3}\right)$

11.31. $\lim_{x \rightarrow +0} (\operatorname{arcsin} x)^{\operatorname{tg} x}$

11.32. $\lim_{x \rightarrow +0} x^{x^x}$

Вариант 12

12.1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 6x + 3}{7x^2 + 8x - 1}$

12.2. $\lim_{x \rightarrow -\pi/2} \frac{\sin^2 4x}{6x^2}$

12.3. $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 - 7x + 6}{x^2 - 8x + 12}$

12.4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{3x}$

12.5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{7x^8 - x^4 + 7}{8x^8 + x^5 - 6}$

12.6. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x^6 + 9x^4 + 1}{x^7 - 11x^3 - 2}$

12.7. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2 - 11x + 3}{x + 1}$

12.8. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 17x)^{1/x}$

12.9. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4n^2}{1 + 8 + 15 + \dots + (7n - 6)}$

12.10. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{n \sin n!}{n\sqrt{n} + \sqrt{n+1}}$

12.11. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x^3 + x + 7}{3x^2 - 6}$

12.12. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{3n^2 - n + 1}{2n^2 + n + 1} \right)^{n^3(1-n)}$

12.13. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^3 + 8}}{x^4 - 5}$

12.14. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x - 5}{x^2 - 1}$

12.15. $\lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{4}{x^2 - 4x} - \frac{3}{x^2 - 5x + 4} \right)$

12.16. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 4} - 2}{\sqrt{x^2 + 9} - 3}$

12.17. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 + 2} - x)$

12.18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$

12.19. $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} \frac{\sin(2x+1)}{1-4x^2}$

12.20. $\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{ctg} 5x \operatorname{tg} 3x$

12.21. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x \sin x} - \sqrt{\cos 2x}}{\operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}$

12.22. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 8x}{3x}$

12.23. $\lim_{x \rightarrow 0} (5x + 1)^{\frac{3}{x}}$

12.24. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+1}{x-2} \right)^{2x-1}$

12.25. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^{\frac{\sin x}{x - \sin x}}$

12.26. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+kx)}{x}$

12.27. $\lim_{x \rightarrow 8-0} 5^{\frac{1}{x-8}}$

12.28. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{50} - 50x + 49}{x^{100} - 100x + 99}$

12.29. $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{3 + \ln x}{2 - 3 \ln \sin x}$

12.30. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \operatorname{ctg}^2 x \right)$

12.31. $\lim_{x \rightarrow +0} (1 + x^2)^{1/x}$

12.32. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (3x^2 + 3x)^{1/x}$

Вариант 13

- 13.1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+5x-1}{x^2-3}$
- 13.2. $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\sin^2 2x}{x^2}$
- 13.3. $\lim_{x \rightarrow -7} \frac{x^2+15x+56}{x^2+4x-21}$
- 13.4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 2x}{x^2}$
- 13.5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^5-4x^4+4x}{7x^5+4x^3+1}$
- 13.6. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2-8}{3x^3+4x-3}$
- 13.7. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^6+4x^4-4}{x^5+3x^2-1}$
- 13.8. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{16}{x}\right)^x$
- 13.9. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{6} + \frac{1}{36} + \dots + \frac{1}{6^{n-1}}\right).$
- 13.10. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(-1)^n 6^n - 5^{n+1}}{5^n - (-1)^{n+1} 6^{n+1}}.$
- 13.11. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n+2)! + (n+1)!}{(n+3)!}.$
- 13.12. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{36x^7 - 8x^5 + 20}{6x^7 + 3x^5 + 12x^3}.$
- 13.13. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[5]{x^4+40}}{\sqrt{x-3}}.$
- 13.14. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x^2-5x+1}{4x^2-1}.$
- 13.15. $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{12}{x^3-8}\right).$
- 13.16. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x-1}-1}{x-2}.$
- 13.17. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2+2x+3} - \sqrt{x^2-3x-1}\right).$
- 13.18. $\lim_{x \rightarrow 0} x^3 \operatorname{ctg}^3 3x.$
- 13.19. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{25-x^2}{\operatorname{tg}(5-x)}.$
- 13.20. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3}.$
- 13.21. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1-\cos x)\sqrt{\cos 2x}}{x^2}.$
- 13.22. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - \arctg^2 x + \arcsin^2 x}{3x}.$
- 13.23. $\lim_{x \rightarrow 0} (1-3x)^{\frac{1}{x}}.$
- 13.24. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x^2+3}{2x^2+5}\right)^{8x^2+3}.$
- 13.25. $\lim_{x \rightarrow 0} (2 - \cos x)^{\frac{1}{\sin^2 x}}.$
- 13.26. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^4+3x^3-4x^2-9x-4}{3x^4+5x^3+3x^2+3x+2}.$
- 13.27. $\lim_{x \rightarrow 5-0} 13^{\frac{2}{5-x}}.$
- 13.28. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\ln \operatorname{tg} x}{1-\operatorname{ctg} x}.$
- 13.29. $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{3+\ln x}{2-3 \ln \sin x}.$
- 13.30. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x}\right).$
- 13.31. $\lim_{x \rightarrow +0} (1+x^3)^{1/x^2}.$
- 13.32. $\lim_{x \rightarrow +0} \left(\frac{1}{x}\right)^{\sin x}.$

Вариант 14

14.1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 + 5x^3 + 9}{x^7 + 1}$

14.2. $\lim_{x \rightarrow -\pi/2} \frac{\sin^2 17x}{3x^2}$

14.3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 + x - 2}$

14.4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 8x}{9x^2}$

14.9. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n+1}{1+3+5+7+\dots+(2n-1)} - \frac{2}{n} \right).$

14.10. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{11 \cdot 2^n + 3 \cdot 5^{n+1}}{110 \cdot 2^n - 2 \cdot 5^n}.$

14.11. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{11 \cdot x^8 - 3x^5 + 5x^2}{2x + 12x^3 - 2x^8}.$

14.12. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{7x^3 + 2x^2 - 4}{5x^2 - 3x + 1}.$

14.17. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{(x+a)(x-b)} - x.$

14.18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3 \operatorname{ctg}^3 x}.$

14.19. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{\sin^2 x}}{x}.$

14.20. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{1 - \cos \frac{x}{2}}.$

14.21. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin x - 1}{\left(x - \frac{\pi}{2}\right)^2}.$

14.22. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x}{\operatorname{arctg} 2x}.$

14.23. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{11}{x}\right)^{3x+1}.$

14.24. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+9}{x-3}\right)^{3x+2}.$

14.5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2 - 10x + 2}{2x^2 + 7x - 2}$

14.6. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^3 + 7x - 13}{4x^4 + 13x - 7}$

14.7. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{11x^3 + 3}{x^2 + 1}$

14.8. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{3}{x}\right)^{-\frac{1}{x}}$

14.13. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 3x + 4}{3x^3 - x - 2}.$

14.14. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{8x^3 - 1}{6x^2 - 5x + 1}.$

14.15. $\lim_{x \rightarrow 6} \left(\frac{12}{36 - x^2} - \frac{1}{6 - x}\right).$

14.16. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x - a}{\sqrt{x} - \sqrt{a}}, a > 0.$

14.25. $\lim_{x \rightarrow 0} (2 - \cos x)^{\frac{5}{\sin^2 \frac{x}{2}}}.$

14.26. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(a+x) - \ln a}{x}.$

14.27. $\lim_{x \rightarrow -5-0} 13^{\frac{2}{5+x}}.$

14.28. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5x^3 - x} - 2x}{\sqrt[5]{x^2 - 1}}.$

14.29. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arccos(1-x)}{\sqrt{x}}.$

14.30. $\lim_{\varphi \rightarrow a} ((a^2 - \varphi^2) \operatorname{tg} \frac{\pi \varphi}{2a}).$

14.31. $\lim_{x \rightarrow 0} (e^x + x)^{1/x}.$

14.32. $\lim_{x \rightarrow +0} |\ln x|^{2x}.$

Вариант 15

15.1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3+5x+2}{x^4-2}$

15.2. $\lim_{x \rightarrow -\pi/2} \frac{\sin^2 2x}{x^2}$

15.3. $\lim_{x \rightarrow -7} \frac{x^2+10x+21}{x^2+15x+56}$

15.4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 2x}{x^2}$

15.9. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \dots + \frac{1}{4^{n-1}}\right).$

15.10. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^n-1}{2^{n+1}}.$

15.11. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{16x^5-7x^3+11x}{8x^6+3x^3+1}.$

15.12. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{25x^6-5x^5+4x^2-1}}{\sqrt[3]{1-5x^4+8x^9}}.$

15.13. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{9x^3+2x-10}{3x^2+15x-17}.$

15.14. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3+3x^2+2x}{x^2-x-6}.$

15.15. $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{x-3} - \frac{27}{x^3-27}\right).$

15.16. $\lim_{a \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+a}-\sqrt{x}}{a}.$

15.17. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+a} - \sqrt{x}).$

15.18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\operatorname{tg} 5x}.$

15.19. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(1-x)}{\sqrt{x}-1}.$

15.20. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 9x - \cos 11x}{x^2}.$

15.21. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\pi^2-x^2}{\sin x}.$

15.5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{18x^2+3x-2}{6x^2-2x+3}$

15.6. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2+x^4+3}{2x^3-14x+8}$

15.7. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2-2}{3x+1}$

15.8. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{15}{x}\right)^x$

15.22. $\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{x^2-2}{\operatorname{arctg}(x-\sqrt{2})}.$

15.23. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 - \frac{x}{3}\right)^{\frac{7}{x}}.$

15.24. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \left(\frac{\pi}{4} - x\right) \operatorname{ctg} \left(\frac{3\pi}{4} + x\right).$

15.25. $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 6x)^{\operatorname{ctg}^2 x}.$

15.26. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x \sin x)}{\operatorname{tg} x^2}.$

15.27. $\lim_{x \rightarrow 4+0} 12^{\frac{1}{x-4}}.$

15.28. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x^2-8)}{2x^2-5x-3}.$

15.29. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{x} \ln \ln x}{\sqrt[3]{2x+3} \sqrt{\ln x}}.$

15.30. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{x}{x-1}\right).$

15.31. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)^x.$

15.32. $\lim_{x \rightarrow 0} x^{\sin x}.$

Вариант 16

- 16.1. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^7 - 1}{x^3 + 2x^2 + 1}$
- 16.2. $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\sin^2 13x}{4x^2}$
- 16.3. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 + 3x + 2}$
- 16.4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{17x^2}$
- 16.5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 14x + 19}{5x^2 - 16x + 8}$
- 16.6. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{7x^2 - 18x + 7}{5x^3 + 8x - 16}$
- 16.7. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^5 + 11}{7x^4 + 8}$
- 16.8. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3x)^{1/x}$
- 16.9. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n+2}{1+7+13+\dots+(6n-5)}$
- 16.10. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^{\frac{1}{n}} - 1}{2^{\frac{1}{n}} + 1}$
- 16.11. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 3x + 1}{x^4 - x + 10}$
- 16.12. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^3}{3x^2 - 4} - \frac{x^2}{3x + 2} \right)$
- 16.13. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{x^6 + 1}}{\sqrt{x^2 + 1} + x}$
- 16.14. $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{x^2 - 3}{x^6 - 27}$
- 16.15. $\lim_{x \rightarrow -3} \left(\frac{27}{x^3 + 27} - \frac{1}{x + 3} \right)$
- 16.16. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x^2}$
- 16.17. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{x^2 + 1})$
- 16.18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 2x}$
- 16.19. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{\sin 5x}$
- 16.20. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3}$
- 16.21. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos \frac{\pi}{2}x}{1-x}$
- 16.22. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 9x}{11x}$
- 16.23. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{4}{x} \right)^{x+3}$
- 16.24. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x-3}{x+2} \right)^{2x-1}$
- 16.25. $\lim_{x \rightarrow +0} (1 + 3 \operatorname{tg} x)^{\operatorname{ctg}^2 x}$
- 16.26. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sin x} \ln(1 + a \sin x)$
- 16.27. $\lim_{x \rightarrow 2-0} 12^{1 - \frac{1}{x-2}}$
- 16.28. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos ax}{x^2}$
- 16.29. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x \ln x}$
- 16.30. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \operatorname{ctg} x \right)$
- 16.31. $\lim_{x \rightarrow a} \left(2 - \frac{x}{a} \right)^{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{2a}}$
- 16.32. $\lim_{x \rightarrow 1-0} (1-x)^{\cos \frac{\pi x}{2}}$

Вариант 17

$$17.1. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x^2 + 7x + 2}{2x^2 + 5x - 2}$$

$$17.2. \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\sin^2 x}{16x^2}$$

$$17.3. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{4x^2 - 7x - 2}$$

$$17.4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 13x}{4x}$$

$$17.5. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^8 - x^5 + 14}{21x^8 + x^3 + 17}$$

$$17.6. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^7 + 5x^3 + 2}{12x^8 - 15}$$

$$17.7. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 18x}{13x - 3}$$

$$17.8. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{19}{x}\right)^x$$

$$17.17. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^4 + 2x^2 - 1} - \sqrt{x^4 - 2x^2 - 1}\right).$$

$$17.18. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x^3}{x^3}.$$

$$17.19. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos^3 x}{\sin^2 x}.$$

$$17.20. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x - \sin^3 x}{x \cos x}.$$

$$17.21. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}{\sec x}.$$

$$17.22. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\arcsin(x^2 - 4)}{x - 2}.$$

$$17.23. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x^2}\right)^{\frac{x}{2x+1}}.$$

$$17.24. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x-3}{2x+1}\right)^x.$$

$$17.9. \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{4^{n-1}}}{1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{25} + \dots + \frac{1}{5^{n-1}}}.$$

$$17.10. \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n^3 + 1) \operatorname{cosec} n!}{n^2 + 3}.$$

$$17.11. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 - 3x^2 + 1}{x^3 + 3x^2 - 1}.$$

$$17.12. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + x - 3x^3}{1 + x^2 + 3x^3}.$$

$$17.13. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x}{2x+1}\right)^{x^2}.$$

$$17.14. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)\sqrt{2-x}}{x^2 - 1}.$$

$$17.15. \lim_{x \rightarrow -6} \left(\frac{12}{x^2 - 36} + \frac{1}{x+6}\right).$$

$$17.16. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{\sqrt{x^2 + 16} - 4}.$$

$$17.25. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\sin 2x)^{\operatorname{tg}^2 2x}.$$

$$17.26. \lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{ctg} x \ln(1 + a \operatorname{tg} x).$$

$$17.27. \lim_{x \rightarrow 2-0} 4^{\frac{1}{x-2} + 1}.$$

$$17.28. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - x}{\operatorname{tg}^2 x}.$$

$$17.29. \lim_{x \rightarrow 0} \sin x \ln \operatorname{ctg} x.$$

$$17.30. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{x-1}{x}\right).$$

$$17.31. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{5}{2 + \sqrt{9+x}}\right)^{1/\sin x}.$$

$$17.32. \lim_{x \rightarrow +0} x^{\sin x}.$$

Вариант 18

18.1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2}{x^5 + 4x + 1}$

18.2. $\lim_{x \rightarrow -\pi/2} \frac{\sin^2 9x}{12x^2}$

18.3. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 2x - 3}$

18.4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 17x}{13x}$

18.5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^4 + 4x^3 - 4x^2 + 3}{3x^4 + 3x^3}$

18.6. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{13x^4 - 12x^3}{17x^2 + 6x - 3}$

18.7. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 3x - 6}{12x^3 - 13x^2}$

18.8. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{27x}\right)^x$

18.9. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1+2+\dots+n}{n+2} - \frac{n}{2}\right).$

18.10. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^4 + 1}{n^3 \operatorname{cosec} n!}.$

18.11. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 2}.$

18.12. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - x + 3}{x^2 + 1}.$

18.25. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (3x - 1) (\ln(x^2 + 2x + 2) - \ln(x^2 + x + 1)).$

18.26. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + \sin 5x}{1 + \operatorname{tg} 5x}\right)^{\frac{1}{\sin 5x}}.$

18.27. $\lim_{x \rightarrow -2-0} 8^{\frac{1}{x+2}}.$

18.28. $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\ln \operatorname{tg} x}{\operatorname{ctg} 2x}.$

18.13. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 100}{x^3 - 100}.$

18.14. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - x}.$

18.15. $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{4}{x^2 - 4} - \frac{1}{x - 2}\right).$

18.16. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{1-x}}{x}.$

18.17. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{1 - x^3} + x).$

18.18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{(3-x) \sin^2 x}.$

18.19. $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 - 25}{\sin(5+x)}.$

18.20. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x^3 - 1}{\sin^6 2x}.$

18.21. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\operatorname{tg}(x-2)}{x^2 - x - 2}.$

18.22. $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{-\frac{1}{x^2}}.$

18.23. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1+x}{1+2x}\right)^x.$

18.24. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2+3x}{4x-7}\right)^{\frac{2x}{x+2}}.$

18.29. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot \ln \left(\frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} x\right).$

18.30. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{e^x - 1} - \frac{1}{x}\right).$

18.31. $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos mx)^{n/x^2}.$

18.32. $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{3}{x^4 + \ln x}.$

Вариант 19

- 19.1. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2+3x-1}{3x^2-7x+2}$
- 19.2. $\lim_{x \rightarrow -\pi/2} \frac{16x^2}{\sin^2 x}$
- 19.3. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2-x-6}{x^2-5x-14}$
- 19.4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 16x}{x}$
- 19.5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{9x^{10}+x^9+x^8}{3x^{10}+7x^9+12x}$
- 19.6. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^6-13}{x^7+5}$
- 19.7. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{11}+13x^8}{16x^{10}+7x^7+3}$
- 19.8. $\lim_{x \rightarrow 0} (1+19x)^{1/x}$
- 19.17. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^4+13x^2-7}-2x^2).$
- 19.18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin mx}{\operatorname{tg} nx}.$
- 19.19. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{x^2}.$
- 19.20. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1}{\operatorname{ctg}(\frac{\pi}{2}-x) \cos x}.$
- 19.21. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sqrt[3]{1-\sin x)^2}}.$
- 19.22. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\operatorname{arctg} 3(x^2-1)}{x-1}.$
- 19.23. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x^2+2x+1}{x^2+x+2} \right)^{\frac{6x+1}{3x}+2}.$
- 19.24. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{3}{x} \right)^x.$
- 19.9. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n+1}{1+6+11+\dots+(5n-4)}.$
- 19.10. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(5n-4) \cos n!}{1-2n}.$
- 19.11. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[5]{x^7+3} + \sqrt[4]{2x^3-1}}{\sqrt[6]{x^8+x^7+1-x}}.$
- 19.12. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{2x^2+3}}{4x+2}.$
- 19.13. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3-27x+2}{5x^4+15x^2-8}.$
- 19.14. $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{-2x^2+11x-5}{2x^2-3x+1}.$
- 19.15. $\lim_{x \rightarrow 9} \left(\frac{18}{81-x^2} - \frac{1}{x-9} \right).$
- 19.16. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{x-b}-\sqrt{a-b}}{x^2-a^2}.$
- 19.25. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}-0} (\sin x)^{\operatorname{tg} x}.$
- 19.26. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-3x)}{5x}.$
- 19.27. $\lim_{x \rightarrow 1-0} \operatorname{arctg} \frac{1}{1-x}.$
- 19.28. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{20}-2x+1}{x^{30}-2x+1}.$
- 19.29. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^n \cdot e^{-x^3}.$
- 19.30. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\arcsin x} - \frac{1}{x} \right).$
- 19.31. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}-0} (\operatorname{tg} x)^{\operatorname{ctg} x}.$
- 19.32. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[x]{x}.$

Вариант 20

20.1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^5 + x^4 + 1}{x^4 - 3}$

20.2. $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\sin 12x}{9x^2}$

20.3. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 + 4x + 3}$

20.4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 13x}{17x}$

20.5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 + 8x^3}{20x^4 + 4x^2 - 3}$

20.11. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x+1)^{10} + (x+2)^{10} + \dots + (x+100)^{10}}{x^{10} + 10^{10}}$

20.12. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 1}{2x + 1} - \frac{3x^2 + 1}{6x + 1} \right)$

20.13. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 2x + 5}{2x^3 + 2x - 1}$

20.14. $\lim_{x \rightarrow 1+0} \frac{x^3 + x - 2}{x^3 - x^2 - x + 1}$

20.15. $\lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{1}{x+2} - \frac{4}{4-x^2} \right)$

20.16. $\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{x^2 - 2}{x^3 - 2\sqrt{2}}$

20.17. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x} - x)$

20.18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{ctg} 5x}{\operatorname{ctg} 3x}$

20.19. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^3 x - \cos x}{x \sin 2x}$

20.20. $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{5x^3}{\sin^4 x}$

20.21. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2-x}{\cos \frac{\pi x}{4}}$

20.6. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + 3x^2 - 8}{x^2 + 5}$

20.7. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 12x}{3x^3 + 8x^2 - 1}$

20.8. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 27x)^{1/x}$

20.9. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2}{1 + 7 + 13 + \dots + (6n-5)}$

20.10. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{8^{\frac{1}{n}} - 1}{8^{\frac{1}{n}} + 1}$

20.22. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\arcsin(1-x)}{x^2 + x - 2}$

20.23. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{k}{x} \right)^{mx}$

20.24. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 2x - 8} \right)^x$

20.25. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(a+x) - \ln a}{x}$

20.26. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\ln(5-x) - \ln 5}$

20.27. $\lim_{x \rightarrow 1+0} \operatorname{arctg} \frac{1}{1-x}$

20.28. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{4 \sin^2 x - 6 \sin x + 1}{3 \sin^2 x + 5 \sin x - 4}$

20.29. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\pi - 2 \operatorname{arctg} \sqrt{x}) \sqrt{x}$

20.30. $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{x-3} - \frac{5}{x^2 - x - 6} \right)$

20.31. $\lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{1-x}}$

20.32. $\lim_{x \rightarrow +0} x^{x^2}$

Вариант 21

- 21.1. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2+3x-1}{5x-11}$
- 21.2. $\lim_{x \rightarrow -\pi/2} \frac{\sin^2 21x}{6x^2}$
- 21.3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2-5x+2}{4x^2-7x-2}$
- 21.4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 6x}{21x}$
- 21.5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2-7x+2}{2x^2+5x-2}$
- 21.6. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2-1}{5x^3+3x}$
- 21.7. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3+9x^2+2}{12x^2+4x}$
- 21.8. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{32}{x}\right)^{-x}$
- 21.9. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n}{3} + \frac{n}{3^2} + \dots + \frac{n}{3^n}\right)$
- 21.10. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n+1)^4 - (n-1)^4}{(n+1)^4 + (n-1)^4}$
- 21.11. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{x^4+3} - \sqrt[5]{x^3+4}}{\sqrt[3]{x^7+1}}$
- 21.12. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{9 + \frac{n}{n+1}}{2 + \frac{1}{n}}$
- 21.13. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{7x^3+4x+6}{8x^2+2}$
- 21.14. $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{6x^2-x-1}{2x^2-11x+5}$
- 21.15. $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{6}{9-x^2} + \frac{1}{x-3}\right)$
- 21.16. $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9+2x-5}}{\sqrt[3]{x-2}}$
- 21.17. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2+1} - x)$
- 21.18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin mx}{x}$
- 21.19. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x-1)}{x^2+x-2}$
- 21.20. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 6x}{\operatorname{tg} 3x}$
- 21.21. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)}{\sqrt{3}-2\cos x}$
- 21.22. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+x-2}{\operatorname{arctg}(1-x)}$
- 21.23. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{5x+2}{3x-7}\right)^{\frac{5}{x}}$
- 21.24. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2+5}{x^2-3}\right)^{x^2+1}$
- 21.25. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \operatorname{tg} x)^{\frac{1}{\sin x}}$
- 21.26. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(5+6x) - \ln 5}{x}$
- 21.27. $\lim_{x \rightarrow 1+0} a^{\frac{1}{1-x}}, a > 1$
- 21.28. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^a - a^x}{a^x - a^a}, a > 0, a \neq 1$
- 21.29. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\pi - 2 \arcsin x / \sqrt{x^2+1})$
- 21.30. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{2(1-\sqrt{x})} - \frac{1}{3(1-\sqrt[3]{x})}\right)$
- 21.31. $\lim_{x \rightarrow 1} (2-x)^{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}}$
- 21.32. $\lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{ctg} x)^{1/\ln x}$

Вариант 22

$$22.1. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^2 + x - 7}{2x^2 - x - 8}$$

$$22.2. \lim_{x \rightarrow -\pi/2} \frac{\sin^2 8x}{16x^2}$$

$$22.3. \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 - x - 20}{x^2 + 2x - 8}$$

$$22.4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 8x}{16x^2}$$

$$22.5. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{9x^3 + 7x}{19x^3 - 12x^2 + 3}$$

$$22.6. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^9 + x^7 - 2x}{10x^{10} + 8x^8 + 6}$$

$$22.7. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{11x^6 - x^3 + 8x^2}{12x^5 - 8x^4 + x^3}$$

$$22.8. \lim_{x \rightarrow 0} (1 - 8x)^{-\frac{1}{x}}$$

$$22.17. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{x+1} - \sqrt[3]{x-1}).$$

$$22.18. \lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{ctg} 8x \cdot \sin x.$$

$$22.19. \lim_{x \rightarrow a} \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} a}{x - a}.$$

$$22.20. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{1 - \cos 5x}.$$

$$22.21. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \operatorname{tg} 2x \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} - x \right).$$

$$22.22. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg 3x}{\arcsin 2x}.$$

$$22.23. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 2x - 1}{2x^2 - 3x - 2} \right)^{\frac{2x+1}{x-1}}.$$

$$22.24. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2}{x^2 + 1} \right)^{x^2 + 1}.$$

$$22.9. \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{5} + \frac{1}{25} + \dots + \frac{1}{5^n}}{n}.$$

$$22.10. \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{n^2 + n \sin n!}}{n+1}.$$

$$22.11. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^3 + 3x^2}{x^2 + 1} - x \right).$$

$$22.12. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^4 + 2x^2 + 6x - 5}{x^3 + 7x^2 + 3x - 1}.$$

$$22.13. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 + 4x + 5}{x^4 + 2x^3 + 7x^2}.$$

$$22.14. \lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 8x + 7}{x^2 - 5x - 14}.$$

$$22.15. \lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{x^2 - 2x}{1 + x^3} - \frac{1}{1+x} \right).$$

$$22.16. \lim_{x \rightarrow -7} \frac{\sqrt{x+11} - 2}{x+7}.$$

$$22.25. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+5x)}{\sin x}.$$

$$22.26. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(3-x) - \ln 3}{x}.$$

$$22.27. \lim_{x \rightarrow 5-0} a^{\frac{1}{x-5}}, a > 1.$$

$$22.28. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{\operatorname{tg} x - x}.$$

$$22.29. \lim_{x \rightarrow +0} x \ln x.$$

$$22.30. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{x}{\operatorname{ctg} x} - \frac{\pi}{2 \cos x} \right).$$

$$22.31. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\operatorname{tg} x)^{\operatorname{tg} 2x}.$$

$$22.32. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} \right)^{1/\operatorname{ctg} x}.$$

Вариант 23

$$23.1. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{8x-4}{x^2+x+1}$$

$$23.2. \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\operatorname{tg}^2 6x}{21x^2}$$

$$23.3. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2-3x-10}{x^2-4}$$

$$23.4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 21x}{6x^2}$$

$$23.5. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3-5x^2+3}{4x^3+2x-7}$$

$$23.6. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^4+3x^2+2}{4x^5-2x^2+x}$$

$$23.7. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x^7+5x^6+3x}{10x^6+7x^3-3}$$

$$23.8. \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 32x)^{1/x}$$

$$23.17. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1}).$$

$$23.18. \lim_{x \rightarrow 0} \cos 7x \cdot \operatorname{tg} 11x.$$

$$23.19. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos x - \sin x}{4x - \pi}.$$

$$23.20. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \operatorname{tg} x}{x^3}.$$

$$23.21. \lim_{\alpha \rightarrow \pi} \frac{\sin \alpha}{1 - \frac{\alpha^2}{\pi^2}}.$$

$$23.22. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\operatorname{arctg}(x+3)}{\arcsin(x+3)}.$$

$$23.23. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{13}{x}\right)^{3x}.$$

$$23.24. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x-1}{2x+1}\right)^x.$$

$$23.9. \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{4^n}}{\frac{1}{5} + \frac{1}{25} + \dots + \frac{1}{5^n}}.$$

$$23.10. \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{7^{n+1} + 11^{n+1}}{7^n - 11^n}.$$

$$23.11. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2x+1)^4 - (x-1)^4}{(2x+1)^4 + (x-1)^4}.$$

$$23.12. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x+1)^2(3-7x)^2}{(2x-1)^4}.$$

$$23.13. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{13x^2+6x}{5x^3+4x+8}.$$

$$23.14. \lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2+4x-5}{x^2+7x+10}.$$

$$23.15. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3}{1-x^3} - \frac{1}{1-x}\right).$$

$$23.16. \lim_{x \rightarrow 7} \frac{3 - \sqrt[3]{x+20}}{x-7}.$$

$$23.25. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\ln(1+4x)}.$$

$$23.26. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(5-6x) - \ln 5}{3x}.$$

$$23.27. \lim_{x \rightarrow -7-0} 10^{\frac{3}{x+7}}.$$

$$23.28. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{10} - 10x + 9}{(x-1)^2}.$$

$$23.29. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^{50}} e^{-1/x^2},^4.$$

$$23.30. \lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{4}{4-x} - \frac{3}{x^2-5x+4}\right).$$

$$23.31. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - x \ln a}{b^x - x \ln b}.$$

$$23.32. \lim_{x \rightarrow +\infty} [x(e^{1/x} - 1)].$$

⁴Использовать замену $\frac{1}{x^2} = t$

Вариант 24

$$24.1. \lim_{x \rightarrow -4} \frac{2x^2 - 2x + 5}{3x^2 + x}$$

$$24.2. \lim_{x \rightarrow -\pi/2} \frac{\sin^2 16x}{8x^2}$$

$$24.3. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 9x + 20}{x^2 - 6x + 8}$$

$$24.4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 8x}{26x^2}$$

$$24.5. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^9 + 7x^7 - 5}{2x^9 + 5x^6 - 7}$$

$$24.6. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 + 5x^2 - 7x}{13x^4 + 7x - 5}$$

$$24.7. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{13x^5 + 5x^3 - 7x}{5x^4 - 2x^3 + 7x^2}$$

$$24.8. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{8}{x}\right)^x$$

$$24.17. \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{1+x+x^2} - \sqrt{1-x+x^2}).$$

$$24.18. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sin(x+3)}{x^3 + 27}.$$

$$24.19. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} nx}{\sin mx}.$$

$$24.20. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{x(1 - \operatorname{tg} x)}.$$

$$24.21. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\pi - 2x}{\cos x}.$$

$$24.22. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{\arcsin(x-1)}.$$

$$24.23. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{5x^2}\right)^{2x^2}.$$

$$24.24. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1+3x}{2+3x}\right)^{\frac{1-\sqrt{x}}{1-x}}.$$

$$24.9. \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2+2^2+2^3+\dots+2^n}{n^3}.$$

$$24.10. \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n+1)^3 - (n-1)^3}{(n+1)^2 + (n-1)^2}.$$

$$24.11. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x+5)^5 + (x+6)^5 + (x+7)^5}{x^5 + 5^5}.$$

$$24.12. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2}{2x+1} + \frac{x^3+4x^2-2}{1-2x^2}\right).$$

$$24.13. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(1+x^{11}+7x^{13})^3}{(1+x^4)^{10}}.$$

$$24.14. \lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \frac{(3x-1)\sqrt{3x+8}}{27x^3-1}.$$

$$24.15. \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{3}{x^2+2x-8} - \frac{1}{x^2-2x}\right).$$

$$24.16. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt[3]{1+x}-1}.$$

$$24.25. \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 5 \sin^2 x)^{\operatorname{ctg}^2 x}.$$

$$24.26. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 \ln(2x+1)}{x}.$$

$$24.27. \lim_{x \rightarrow 5-0} 11^{\frac{1}{5-x}}.$$

$$24.28. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x} - e^x}{\sin x - x}.$$

$$24.29. \lim_{x \rightarrow +\infty} x^\alpha \cdot a^x, \quad a > 0.$$

$$24.30. \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{2}{x-2} - \frac{1}{x^2-3x+2}\right).$$

$$24.31. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} x\right)^x.$$

$$24.32. \lim_{x \rightarrow 0} \ln(\operatorname{ctg} x)^{\operatorname{tg} x}.$$

Вариант 25

- 25.1. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - x - 2}{5x^2 + x + 3}$
- 25.2. $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\sin^2 10x}{12x^2}$
- 25.3. $\lim_{x \rightarrow -7} \frac{x^2 + 8x + 7}{x^2 + 5x - 14}$
- 25.4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 12x}{5x^2}$
- 25.5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 8x - 7}{40x^2 - 7x + 8}$
- 25.6. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 + 7x - 8}{3x^4 + 16x + 12}$
- 25.7. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^4 + 9x^2 + 11}{5x^3 + 11x - 9}$
- 25.8. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 13x)^{1/x}$
- 25.17. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^4 + 8x^2 + 3} - \sqrt{x^4 + x^2})$
- 25.18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{8x^3 \operatorname{ctg} x}$
- 25.19. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \sin x}{x - \sin x}$
- 25.20. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \operatorname{tg} x}{x^3}$
- 25.21. $\lim_{x \rightarrow -a} \frac{\sin a + \sin x}{a + x}$
- 25.26. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x + 1)(\ln(2 + 5x) - \ln 5x)$
- 25.27. $\lim_{x \rightarrow -0} a^{\frac{1}{x}}, a > 1$
- 25.28. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin x}$
- 25.29. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (a^{1/x} - 1)x$
- 25.9. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n^2}{2} + \frac{n^2}{2^2} + \dots + \frac{n^2}{2^n} \right)$
- 25.10. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{\frac{n+0,25}{8n+1}} \cos n!$
- 25.11. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2 - 3x + x}{3x^3 + x^2 - 8}$
- 25.12. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x^3}{2x^2 + 3} + \frac{1 - 5x^2}{5x + 1} \right)$
- 25.13. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + 21x - 4}{7x^2 + 2x + 3}$
- 25.14. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 2}$
- 25.15. $\lim_{x \rightarrow -4} \left(\frac{6}{x^2 + 2x - 8} + \frac{1}{4 + x} \right)$
- 25.16. $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x+2} - 3}{x - 7}$
- 25.22. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{\operatorname{arctg}(x+3)}$
- 25.23. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1+x}{2+x} \right)^{\frac{1-\sqrt{x}}{1-x}}$
- 25.24. $\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{\sin x}{\sin a} \right)^{\frac{1}{x-a}}$
- 25.25. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{\operatorname{arctg}(x+3)}$
- 25.30. $\lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{1}{1+x} - \frac{3}{1+x^3} \right)$
- 25.31. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2}{\pi} \arccos x \right)^{1/x}$
- 25.32. $\lim_{x \rightarrow 0} x^{1/\ln(e^x - 1)}$

Вариант 26

$$26.1. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{40x^2 + 21x - 9}{15x^2 - 2x - 12}$$

$$26.2. \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\sin^2 13x}{4x^2}$$

$$26.3. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 6x - 7}{x^2 + 8x + 7}$$

$$26.4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 4x}{13x}$$

$$26.9. \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots + \frac{(-1)^{n-1}}{2^{n-1}} \right).$$

$$26.10. \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3 + 0,5^n}{0,3^{n+1} + 5}.$$

$$26.11. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 14x} + x}{\sqrt{x^2 - 2x} + x}.$$

$$26.12. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{7-x}{x^2-3} + \frac{5}{7+x} \right).$$

$$26.13. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{21x^3 + 7x^2 + 3x + 1}{3x^2 + 12x + 40}.$$

$$26.17. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 8x + 3} - \sqrt{x^2 + 4x + 3}).$$

$$26.18. \lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 - 25}{\operatorname{tg}(x+5)}.$$

$$26.19. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - 2 \sin x}{x^3}.$$

$$26.20. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[5]{\sin^4 x}}{x^3}.$$

$$26.21. \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x - \sin a}{a - x}.$$

$$26.26. \lim_{x \rightarrow +\infty} 6x(\ln(3x + 1) - \ln 3x).$$

$$26.27. \lim_{x \rightarrow +0} \operatorname{arctg} \frac{1}{x}.$$

$$26.28. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{arctg} x}{x^3}.$$

$$26.29. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\ln \sin x}.$$

$$26.5. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 4x + 4}{11x^2 + 2x - 1}$$

$$26.6. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^5 + 11x^4 + 5x}{13x^6 + 12x^3 - 8}$$

$$26.7. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + 6x - 5}{x^2 - 8}$$

$$26.8. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{15}{x} \right)^{-x}$$

$$26.14. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + x}{x^2 - 2x - 3}.$$

$$26.15. \lim_{x \rightarrow -5} \left(\frac{4}{x^2 + 6x + 5} + \frac{1}{x+5} \right).$$

$$26.16. \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{a} + \sqrt{x-a}}{\sqrt{x^2 - a^2}}.$$

$$26.22. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{8x}{\operatorname{arctg} 5x}.$$

$$26.23. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2}{x} \right)^{7x}.$$

$$26.24. \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1+2x}{2+2x} \right)^{1-x^2}.$$

$$26.25. \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2 \operatorname{tg}^2 3x)^{\frac{\cos^2 3x}{x^2}}.$$

$$26.30. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2}{1-x} - \frac{4}{x^2-1} \right).$$

$$26.31. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\operatorname{arctg} x}{x} \right)^{1/x^2}.$$

$$26.32. \lim_{x \rightarrow 0} \left(x^2 \cdot e^{1/x^2} \right).$$

Вариант 27

$$27.1. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{5x^2+3x+2}{4x^2-2x-13}$$

$$27.2. \lim_{x \rightarrow -\pi/2} \frac{\sin^2 12x}{10x^2}$$

$$27.3. \lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2-6x-7}{x^2-9x+14}$$

$$27.4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 13x}{4x}$$

$$27.9. \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n^2}{1} + \frac{n^2}{3} + \frac{n^2}{3^2} + \dots + \frac{n^2}{3^{n-1}} \right).$$

$$27.10. \lim_{n \rightarrow +\infty} 5^{\frac{2n}{n+3}}.$$

$$27.11. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+14}+x}{\sqrt{x^2-24}+x}.$$

$$27.12. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x^3+2x^2+1}{4x^3+7x^2+3x+4} \right)^4.$$

$$27.13. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^3}{3x^2-4} - \frac{x^2}{3x+2} \right).$$

$$27.14. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3+3x^2+2x}{x^2-x-6}.$$

$$27.15. \lim_{x \rightarrow 5+0} \left(\frac{2}{x^2-5x} - \frac{1}{(x-5)(x-3)} \right).$$

$$27.16. \lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt{x-2}-2}{x-6}.$$

$$27.17. \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x - \sqrt{4x^2 - 7x + 4}).$$

$$27.18. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{4-x^2}{2 \operatorname{tg}(x+2)}.$$

$$27.19. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{9x}{\sin 3x - \sin 6x}.$$

$$27.20. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - \cos 2x}{\arcsin^2 3x}.$$

$$27.5. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{25x^3+6x^2-1}{5x^3+7x^2+8}$$

$$27.6. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x^3+5x^2-7}{7x^4-13x^3+3}$$

$$27.7. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^7+3x^5+7x}{x^6+11x^4+6}$$

$$27.8. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{13}{x} \right)^x$$

$$27.21. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3}.$$

$$27.22. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\operatorname{arctg}(x-3)}{27-x^3}.$$

$$27.23. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x^2} \right)^x.$$

$$27.24. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+10}{x-4} \right)^x.$$

$$27.25. \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3 \operatorname{tg} x)^{\frac{2x}{\sin x}}.$$

$$27.26. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+3) - \ln 3}{x}.$$

$$27.27. \lim_{x \rightarrow -3+0} 27^{\frac{1}{3+x}}.$$

$$27.28. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\operatorname{tg} 10x}{\operatorname{tg} 2x}.$$

$$27.29. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x \cdot \sin \frac{a}{x} \right).$$

$$27.30. \lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{1}{x+2} - \frac{12}{x^3+8} \right).$$

$$27.31. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{(1+x)^{1/x}}{e} \right)^{1/x}.$$

$$27.32. \lim_{x \rightarrow +\infty} (3x^2 + 3x)^{1/x}.$$

Вариант 28

- 28.1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{15x^2 - 2x - 12}{40x^2 + 21x - 9}$
- 28.2. $\lim_{x \rightarrow -\pi/2} \frac{\sin^2 4x}{13x^2}$
- 28.3. $\lim_{x \rightarrow 1+0} \frac{x^2 + 8x + 7}{x^2 + 6x - 7}$
- 28.4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 13x}{4x}$
- 28.5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{7x^3 + 11x^2 - 1}{2x^3 + x^2 + 5}$
- 28.6. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{21x^4 + 10x^3 - 7x}{3x^5 + 7x^2 - 10x}$
- 28.7. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 4x - 1}{x + 4}$
- 28.8. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 15x)^{1/x}$
- 28.9. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^2} (1 + 3 + \dots + (2n - 1))$.
- 28.10. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 - 12^{n+1}}{1 + 12^n}$.
- 28.11. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^6 - 1}{\sqrt{x^{12} + 5x^5 - 1}}$.
- 28.12. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2}{x+1} - \frac{x^3}{x^2+1} \right)$.
- 28.13. $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{8x^3 - 1}{6x^2 - 5x + 1}$.
- 28.14. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+2}{x^2+1} - \frac{3}{x-2} \right)$.
- 28.15. $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{12}{x^3-8} \right)$.
- 28.16. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{6-x}-1}{3-\sqrt{4+x}}$.
- 28.17. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{1+x+x^2} - \sqrt{1-x+x^2})$.
- 28.18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 8x}{\operatorname{tg} 2x}$.
- 28.19. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\operatorname{tg} a - \operatorname{tg} x}{a - x}$.
- 28.20. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-\cos 6x}}{7x}$.
- 28.21. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\sin(x - \frac{\pi}{6})}{\sqrt{3} - 2 \cos x}$.
- 28.22. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\operatorname{arctg}(x-2)}{x^3-8}$.
- 28.23. $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x}{3} \right)^{\frac{1}{x-3}}$.
- 28.24. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+6}{x+3} \right)^{x+2}$.
- 28.25. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 7 \sin^2 x)^{\frac{5}{x^2}}$.
- 28.26. $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x(\ln(x^2 + 3x + 3) - \ln(x^2 + x + 1))$.
- 28.27. $\lim_{x \rightarrow -0} \frac{1}{1 + e^{\frac{1}{x}}}$.
- 28.28. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{a}}{\sqrt{x} - \sqrt{a}}$.
- 28.29. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln^\alpha x}{x^\beta},^5$.
- 28.30. $\lim_{x \rightarrow -3} \left(\frac{1}{x+3} - \frac{5}{x^2+x-6} \right)$.
- 28.31. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{\sin x} \right)^{1/x^2}$.
- 28.32. $\lim_{x \rightarrow +0} (\operatorname{ctg} x)^{\sin x}$.

⁵Использовать замену $\ln x = t$

Вариант 29

- 29.1. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2+4x-1}{x+4}$
- 29.2. $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\sin^2 5x}{20x^2}$
- 29.3. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2+2x-35}{x^2-12x+35}$
- 29.4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 5x}{20x}$
- 29.5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{7x^6-9}{3x^6+5x^5+4x^4}$
- 29.6. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{8x^4+3x^5+7}{9x^5+7x^3-3x^2}$
- 29.7. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{13x^3+2x^2-1}{12x^2+15x+2}$
- 29.8. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{13x}\right)^x$
- 29.9. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1+5+9+\dots+(4n-3)}{n^3+1}$
- 29.10. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^{n+1}-(-3)^n}{(-2)^n+3^{n+1}}$
- 29.11. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+14x}{2x+\sqrt[3]{x^2}}$
- 29.12. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{25x^6-5x^5+4x^2-1}{\sqrt[3]{1-5x^4+8x^9}}$
- 29.13. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2+2}{8x^3+4x-10}$
- 29.14. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^3-1)\sqrt{5-x}}{x^2+x-2}$
- 29.15. $\lim_{x \rightarrow 9} \left(\frac{18}{81-x^2} - \frac{1}{9-x}\right)$
- 29.16. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{7+2x-x^2}-\sqrt{1+x+x^2}}{2x-x^2}$
- 29.17. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + \sqrt{x^2 + \sqrt{x^2}}} - \sqrt{x^2}\right)$
- 29.18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{ctg} 4x}{\operatorname{ctg} 9x}$
- 29.19. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-\cos 2x}}{x}$
- 29.20. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x}$
- 29.21. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin mx}{\sin nx}$
- 29.22. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\arcsin(x+2)}{x^3+8}$
- 29.23. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x+4}{3x-1}\right)^x$
- 29.24. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1-5x^2)^{\frac{2}{x^2}}$
- 29.25. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \operatorname{tg} x)^{\frac{8}{\sin x}}$
- 29.26. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+8x)}{3x}$
- 29.27. $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{1}{1+e^{\frac{1}{x}}}$
- 29.28. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\alpha x} - \cos \alpha x}{e^{\beta x} - \cos \beta x}$
- 29.29. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^\alpha / e^{\beta x}$
- 29.30. $\lim_{x \rightarrow 9} \left(\frac{1}{x-9} - \frac{18}{x^2-81}\right)$
- 29.31. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\operatorname{tg} \frac{\pi x}{4}\right)^{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}}$
- 29.32. $\lim_{x \rightarrow +0} (\sin x)^x$

Вариант 30

30.1. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3+3x-2}{x^2-7}$

30.2. $\lim_{x \rightarrow -\pi/2} \frac{\sin^2 4x}{20x^2}$

30.3. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2-12x+35}{x^2-2x-35}$

30.4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 4x}{20x}$

30.5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x^7+9}{7x^7+9x^6+3}$

30.6. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2+3x+2}{4x^3-5x^2+1}$

30.7. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^7-6x^2+x}{x^6+8x^5-1}$

30.8. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{13x}\right)^{-13x}$

30.9. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\dots+\frac{1}{2^n}}{1+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\dots+\frac{1}{3^n}}$

30.10. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^{n+1}+(-4)^n}{(-3)^{n-4n+1}}$

30.11. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2+8x-7}{x^2+5x+1}$

30.12. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2x^3+3}}{4x+2}$

30.26. $\lim_{x \rightarrow +\infty} 3x^2(\ln(x^2+2) - \ln(x^2+1))$

30.27. $\lim_{x \rightarrow -0} \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$

30.28. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x \cos x}$

30.29. $\lim_{x \rightarrow +0} (x \cdot \ln x)$

30.13. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4x^2-3}{x^3-1} + \frac{2}{x^3+8} \right)$

30.14. $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2+x-12}{x^2+11x+28}$

30.15. $\lim_{x \rightarrow 8} \left(\frac{1}{x-8} - \frac{16}{x^2-64} \right)$

30.16. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sqrt{x^2+x+1}-2-x}{x^2}$

30.17. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2+1} - 3x)$

30.18. $\lim_{x \rightarrow +0} \operatorname{ctg} 3x \operatorname{tg} 10x$

30.19. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{1-\cos x}$

30.20. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+\sin x - \cos x}{1+\sin 3x - \cos 3x}$

30.21. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(\pi x^\alpha)}{\sin(\pi x^\beta)}$

30.22. $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\arcsin(x-7)}{49-x^2}$

30.23. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{2}{5x-3}\right)^x$

30.24. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{5x+2}{5x+3}\right)^{x+2}$

30.25. $\lim_{x \rightarrow 0} (2 - \cos^2 x)^{5 \operatorname{ctg}^2 x}$

30.30. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3}{1-x^3} - \frac{1}{x-1} \right)$

30.31. $\lim_{x \rightarrow 0} (1+8x)^{1/8x}$

30.32. $\lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{arctg} x)^x$