ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ПО ТЕМЕ

ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ

Содержание индивидуальных заданий

Решить примеры варианта задания.

Примерный типовой вариант заданий

0.1. $V(t) = \frac{2}{7}t^7 - \frac{3}{4}t^3$

0.2. $V(t) = \frac{3t^4-4t^3+4}{3}$.

0.3. $V(t) = 8\cos 3t - 3\operatorname{tg} 7t$.

0.4. $S(t) = 3 \cdot e^{2t} - \ln 4t$.

0.5. $S(t) = \frac{3}{\sqrt[4]{t^5}} + 2t^2$.

0.6. Найти $y' = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ для функции $y = \sqrt[3]{x+1}$.

0.7. $y = \frac{x^2}{\sqrt{x}+2}$.

0.8. $y = \operatorname{arcctg} \frac{1}{x^2}$.

0.9. $y = x \cdot e^x \cdot \sin x$.

0.10. $y = \frac{\sin x}{1+x^2} - \cos x$.

0.11. $y = \sin^2 \ln \sqrt[3]{x}$.

0.12. $y = \arcsin^5 \cos(2-4x)$.

0.13. $y = 3^{-x} \arccos \sqrt[4]{1-x}$.

0.14. $y = 2^{\arcsin 3x} + (1 - \arccos 3x)^2$.

0.15. $y = \log_4 \operatorname{arctg} x$.

0.16. $y = e^{3x} \cdot \frac{\sin x}{2x}$.

0.17. $y = (\sin x)^{\cos x}$.

0.18. $y = \frac{\cos 2x(1+x)^2}{(1-x)^3 \cdot \sin 3x}$.

Найти y'_x от функций, заданных неявно:

0.19. $x^3 + x^2y + y^2 = 0$.

0.20. $x^2 + y^2 + e^{\frac{y}{x}} = 0$.

0.21. Найти x'_y от функции $y = 2x^2 - x^3$.

0.22. Найти y'_x от функции, заданной параметрически:

$$\begin{cases} x = t^2 - \sin t^2, \\ y = 1 - \cos t^2. \end{cases}$$

0.23. В какой точке касательная к кривой $y = x^3 - 2x^2 + 1$ параллельна оси Ox.

0.24. Найти приближённое значение $\sqrt[3]{0,99}$.

0.25. $y = (\arcsin 2x)^2$. Найти y''.

0.26. Проверить справедливость теоремы Ролля для функции $f(x) = x^3 - 4x^2 + 3x$ на отрезке $[0; 3]$ и найти значения c.

Решение примеров типового варианта заданий

Пользуясь таблицей производных [1, п.14.6], найти производные следующих функций:

0.1. $V(t) = \frac{2}{7}t^7 - \frac{3}{4}t^3$.
Р е ш е н и е: $V'(t) = 2t^6 - \frac{9}{4}t^2$.

0.2. $V(t) = \frac{3t^4 - 4t^3 + 4}{3}$.
Р е ш е н и е: $V'(t) = \frac{1}{3}\left(12t^3 - 12t^2\right) = 4t^3 - 4t^2$.

0.3. $V(t) = 8\cos 3t - 3\operatorname{tg} 7t$.
Р е ш е н и е: $V'(t) = -24\sin 3t - \frac{21}{\cos^2 7t}$.

0.4. $S(t) = 3 \cdot e^{2t} - \ln 4t$.
Р е ш е н и е: $S'(t) = 6 \cdot e^{2t} - \frac{4}{4t} = 6 \cdot e^{2t} - \frac{1}{t}$.

0.5. $S(t) = \frac{3}{\sqrt[4]{t^5}} + 2t^2$.
Р е ш е н и е: $S'(t) = -\frac{15}{4\sqrt[4]{t^9}} + 4t$.

0.6. Найти $y' = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ для функции $y = \sqrt[3]{x+1}$.
Р е ш е н и е:
1 шаг: $y + \Delta y = \sqrt[3]{(x + \Delta x) + 1}$.
2 шаг: $\Delta y = \sqrt[3]{(x + \Delta x) + 1} - \sqrt[3]{x+1} =$

$$= \frac{(\sqrt[3]{(x+\Delta x)+1} - \sqrt[3]{x+1})(\sqrt[3]{(x+\Delta x+1)^2} + \sqrt[3]{(x+\Delta x+1)(x+1)} + \sqrt[3]{(x+1)^2})}{\sqrt[3]{(x+\Delta x+1)^2} + \sqrt[3]{(x+\Delta x+1)(x+1)} + \sqrt[3]{(x+1)^2}} =$$

$$= \frac{x+\Delta x+1-x-1}{\sqrt[3]{(x+\Delta x+1)^2} + \sqrt[3]{(x+\Delta x+1)(x+1)} + \sqrt[3]{(x+1)^2}} =$$

$$= \frac{\Delta x}{\sqrt[3]{(x+\Delta x+1)^2} + \sqrt[3]{(x+\Delta x+1)(x+1)} + \sqrt[3]{(x+1)^2}}.$$

3 шаг: $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{\sqrt[3]{(x+\Delta x+1)^2} + \sqrt[3]{(x+\Delta x+1)(x+1)} + \sqrt[3]{(x+1)^2}}$.

4 шаг: $y' = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{3\sqrt[3]{(x+1)^2}}$.

Пользуясь таблицей производных [1, п.14.6] и правилами дифференцирования [1, теорема 14.1, 14.2, 14.3, 14.5], найти производные функций в примерах 7–16.

0.7. $y = \frac{x^2}{\sqrt{x}+2}$.
Р е ш е н и е: $y' = \frac{2x(\sqrt{x}+2)-\frac{1}{2\sqrt{x}}x^2}{(\sqrt{x}+2)^2} = \frac{4x\sqrt{x}+8x-x\sqrt{x}}{2(\sqrt{x}+2)^2} = \frac{3x\sqrt{x}+8x}{2(\sqrt{x}+2)^2}$.

0.8. $y = \operatorname{arcctg}\frac{1}{x^2}$.
Р е ш е н и е: $y' = -\frac{1}{1+\left(\frac{1}{x^2}\right)^2}\cdot\left(\frac{1}{x^2}\right)' = -\frac{1}{1+\left(\frac{1}{x^2}\right)^2}\cdot\frac{-2}{x^3} = \frac{2x}{x^4+1}$.

0.9. $y = x\cdot e^x\cdot\sin x$.
Р е ш е н и е: $y' = (xe^x)'\sin x + (xe^x)(\sin x)' = (e^x + xe^x)\sin x + {}$ $+ xe^x\cos x = e^x((1+x)\sin x + x\cos x)$.

0.10. $y = \frac{\sin x}{1+x^2} - \cos x$.
Р е ш е н и е: $y' = \frac{(\sin x)'(1+x^2)-(1+x^2)'\sin x}{(1+x^2)^2} - (\cos x)' =$ $= \frac{\cos x(1+x^2)-2x\cdot\sin x}{(1+x^2)^2} + \sin x$.

0.11. $y = \sin^2\ln\sqrt[3]{x}$.
Р е ш е н и е: $y' = 2\sin\ln\sqrt[3]{x}\cdot\cos\ln\sqrt[3]{x}\cdot\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\cdot\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} = \sin(2\ln\sqrt[3]{x})\cdot\frac{1}{3x}$.

0.12. $y = \arcsin^5\cos(2-4x)$.
Р е ш е н и е: $y' = 5\arcsin^4\cos(2-4x)\cdot\frac{1}{\sqrt{1-\cos^2(2-4x)}}\cdot(-\sin(2-$ $-4x))\cdot(-4) = \frac{20\sin(2-4x)\arcsin^4 cos(2-4x)}{\sin(2-4x)} = 20\arcsin^4\cos(2-4x)$.

0.13. $y = 3^{-x}\arccos\sqrt[4]{1-x}$.
Р е ш е н и е: $y' = (3^{-x})'\cdot\arccos\sqrt[4]{1-x} + (\arccos\sqrt[4]{1-x})'\cdot 3^{-x} =$ $= 3^{-x}\ln 3\cdot(-1)\arccos\sqrt[4]{1-x} + \left(-\frac{1}{\sqrt{1-(\sqrt[4]{1-x})^2}}\cdot\frac{1}{4\sqrt[4]{(1-x)^3}}\cdot(-1)\right)\cdot 3^{-x} =$ $= -(3^{-x}\ln 3\arccos\sqrt[4]{1-x}) + \frac{3^{-x}}{\sqrt[4]{1-\sqrt{1-x}}\cdot 4\sqrt[4]{(1-x)^3}}$.

0.14. $y = 2^{\arcsin 3x} + (1-\arccos 3x)^2$.
Р е ш е н и е: $y' = 2^{\arcsin 3x}\ln 2\cdot\frac{3}{\sqrt{1-9x^2}} + 2(1-\arccos 3x)\cdot\frac{3}{\sqrt{1-9x^2}} =$ $= \frac{3}{\sqrt{1-9x^2}}(2^{\arcsin 3x}\ln 2 + 2(1-\arccos 3x))$.

0.15. $y = \log_4\operatorname{arctg} x$.
Р е ш е н и е: $y' = \frac{1}{\operatorname{arctg} x\ln 4}\cdot\frac{1}{1+x^2} = \frac{1}{(1+x^2)\operatorname{arctg} x\ln 4}$.

0.16. $y = e^{3x} \cdot \frac{\sin x}{2x}$.

Р е ш е н и е: $y' = 3e^{3x} \cdot \frac{\sin x}{2x} + e^{3x} \cdot \frac{\cos x \cdot 2x - \sin x \cdot 2}{4x^2} =$
$= e^{3x} \left(\frac{3 \sin x}{2x} + \frac{x \cos x - \sin x}{2x^2} \right)$.

В примерах 17, 18 следует использовать понятие логарифмической производной [1, определение 15.1]

0.17. $y = (\sin x)^{\cos x}$.

Р е ш е н и е:

$\ln y = \ln(\sin x)^{\cos x} = \cos x \cdot \ln \sin x$

$\frac{y'}{y} = -\sin x \cdot \ln \sin x + \cos x \cdot \frac{\cos x}{\sin x}$

$y' = (\sin x)^{\cos x} (\cos x \cdot \operatorname{ctg} x - \sin x \cdot \ln \sin x)$

0.18. $y = \frac{\cos 2x \cdot (1+x)^2}{(1-x)^3 \cdot \sin 3x}$.

Р е ш е н и е: $\ln y = \ln \dfrac{\cos 2x \cdot (1+x)^2}{(1-x)^3 \cdot \sin 3x} = \ln \cos 2x + \ln(1+x)^2 -$
$- \ln(1-x)^3 - \ln \sin 3x = \ln \cos 2x + 2\ln(1+x) - 3\ln(1-x) - \ln \sin 3x$

$$\frac{y'}{y} = \frac{-2 \sin 2x}{\cos 2x} + \frac{2}{1+x} + \frac{3}{1-x} - \frac{3 \cos 3x}{\sin 3x} =$$

$$= -2 \operatorname{tg} 2x + \frac{2}{1+x} + \frac{3}{1-x} - 3 \operatorname{ctg} 3x$$

$$y' = \frac{\cos 2x \cdot (1+x)^2}{(1-x)^3 \cdot \sin 3x} \cdot \left(\frac{5+x}{1-x^2} - 2 \operatorname{tg} 2x - 3 \operatorname{ctg} 3x \right)$$

В примерах 19, 20 найти y'_x от функций, заданных неявно [1, п.15.3].

0.19. $x^3 + x^2 y + y^2 = 0$.

Р е ш е н и е: $3x^2 + 2xy + x^2 y' + 2yy' = 0$.

$y'(x^2 + 2y) = -(3x^2 + 2xy), \qquad y' = -\frac{3x^2+2xy}{x^2+2y}$.

0.20. $x^2 + y^2 + e^{\frac{y}{x}} = 0$.

Р е ш е н и е: $2x + 2yy' + e^{y/x} \dfrac{y'x - y}{x^2} = 0$.

$2x^3 + 2x^2 yy' + e^{\frac{y}{x}} (y'x - y) = 0$

$$y' \left(x \cdot e^{\frac{y}{x}} + 2x^2 y \right) = y \cdot e^{\frac{y}{x}} - 2x^3 \ \Rightarrow \ y' = \frac{y \cdot e^{\frac{y}{x}} - 2x^3}{x \cdot e^{\frac{y}{x}} + 2x^2 y}$$

0.21. Найти x'_y от функции $y = 2x^2 - x^3$.

Р е ш е н и е:

$\frac{dy}{dx} = 4x - 3x^2$. Отсюда $\frac{dx}{dy} = \frac{1}{4x-3x^2}$. [1, п.14.4]

0.22. Найти y'_x от функции, заданной параметрически [1, п.15.2].

$$\begin{cases} x = t^2 - \sin t^2, \\ y = 1 - \cos t^2. \end{cases}$$

Р е ш е н и е: $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t} = \frac{2t \sin t^2}{2t - 2t \cos t^2} = \frac{2t \sin t^2}{2t(1-\cos t^2)} = \frac{\sin t^2}{1-\cos t^2}$.

0.23. В какой точке касательная к кривой $y = x^3 - 2x^2 + 1$ параллельна оси Ox?

Р е ш е н и е: Т.к. касательная к данной кривой параллельна оси Ох, то она образует с осью Ох угол, равный нулю, откуда $y' = 0$. Из уравнения кривой найдем производную $y' = 3x^2 - 4x$.

Решая уравнение $3x^2 - 4x = 0$, найдем точки, в которых $y' = 0$; $x_1 = 0$, $x_2 = \frac{4}{3}$.

0.24. Найти приближённое значение $\sqrt[3]{0,99}$. [1, п.16.6]

Р е ш е н и е: Рассмотрим функцию $f(x) = \sqrt[3]{x}$. Полагая $x = 1$, $\Delta x = -0.01$ и применяя формулу $f(x + \Delta x) \approx f(x) + f'(x)\Delta x$, к заданной функции $\sqrt[3]{x + \Delta x} \approx \sqrt[3]{x} + \left(\sqrt[3]{x}\right)' \cdot \Delta x$, получим $\sqrt[3]{0,99} \approx$ $\approx \sqrt[3]{1} + \frac{1}{3\sqrt[3]{1^2}} \cdot (-0,01) = 1 - 0,003 = 0,997$.

0.25. $y = (\arcsin 2x)^2$. Найти y''. [1, (16.15)]

Р е ш е н и е: $y' = 2 \arcsin 2x \cdot \dfrac{1}{\sqrt{1-(2x)^2}} \cdot 2 = 4 \cdot \dfrac{\arcsin 2x}{\sqrt{1-(2x)^2}}$.

$$y'' = 4 \cdot \frac{(\arcsin 2x)' \sqrt{1-4x^2} - (\sqrt{1-4x^2})' \arcsin 2x}{(\sqrt{1-4x^2})^2} =$$

$$= 4 \cdot \frac{\frac{2}{\sqrt{1-4x^2}} \sqrt{1-4x^2} - \frac{-1 \cdot 8x}{2\sqrt{1-4x^2}} \cdot \arcsin 2x}{1-4x^2} =$$

$$= 4 \cdot \frac{2\sqrt{1-4x^2} + 4x \arcsin 2x}{(1-4x^2)\sqrt{1-4x^2}}$$

Пример 0.26. Проверить справедливость теоремы Ролля для функции $f(x) = x^3 - 4x^2 + 3x$ на отрезке $[0; 3]$ и найти значения c. [1, п.17.2]

Р е ш е н и е: Так как функция $f(x)$ дифференцируема и непрерывна при всех значениях x и её значения на концах отрезка $[0; 3]$ равны: $f(0) = f(3) = 0$, то теорема Ролля на этом отрезке выполняется. Значение c определяем из уравнения $f'(x) = 3x^2 - 8x + 3 = 0$, т.е. $C_1 = \frac{4+\sqrt{7}}{3}$, $C_2 = \frac{4-\sqrt{7}}{3}$.

Варианты заданий

Вариант 1

Пользуясь таблицей производных, найти производные следующих функций:

1.1. $V(t)=\frac{1}{5}t^3+\frac{2}{5}t^2-\frac{2}{3}t+\frac{1}{4}$.

1.2. $V(t)=\frac{5t^3-5t^2-6t-5}{5}$.

1.3. $V(t)=3\sin 2t+3\operatorname{ctg} 3t$.

1.4. $S(t)=-5e^{4t-4\ln 6t}$.

1.5. $S(t)=\frac{7}{\sqrt[7]{t^3}}+3t^5$.

1.6. Найти $y'=\lim\limits_{\Delta\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}$ для функции $y=\sqrt{x^2-x}$.

1.7. $y=\frac{1}{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt[3]{x}}$.

1.8. $y=\frac{\sin 2x}{1+\cos 2x}$.

1.9. $y=\sin x\cdot\arccos x-\pi\cdot x^2$.

1.10. $y=3^x\cdot(\arccos(e^x+3^x))$.

1.11. $y=\frac{x}{2}-e^{x^2}$.

1.12. $y=\ln^3(x^2-2\ln x)$.

1.13. $y=\sin x\cdot e^{0{,}5\operatorname{ctg}^2 x}$.

1.14. $y=\arccos^2 x\cdot\left[\ln^2(\arccos x)-\ln(\arccos x)+2\right]$.

1.15. $y=\sqrt[4]{9+6\sqrt[5]{x^9}}$.

1.16. $y=\ln\sin\operatorname{tg} 4^{\operatorname{arctg} 3x}$.

1.17. $y=(x^2-1)^{\frac{1}{x}}$.

1.18. $y=\frac{(4x+9)^3\cdot\sqrt[5]{(10^x+1)^4}}{\sqrt[3]{(6x-1)^2}}$.

Найти y'_x от функций, заданных неявно:

1.19. $2y=2x+\operatorname{arctg} y$.

1.20. $2^x+2^y=2^{x+y}$.

1.21. Найти x'_y от функции $y=\frac{1-x^4}{1+x^4}$.

1.22. Найти y'_x от функции, заданной параметрически:

$$\begin{cases} x=e^{2t}\cdot\cos^2 t,\\ y=e^{2t}\cdot\sin^2 t.\end{cases}$$

1.23. Составить уравнение нормали к линии $y = \frac{x^2-3x+6}{x^2}$ в точке с абсциссой $x = 2$.

1.24. На сколько (приближённо) увеличилось ребро куба, если объем его изменился с 27м^3 до 27,2м^3?

1.25. $y = e^x \cdot \cos(x)$. Найти y'''.

1.26. Проверить справедливость теоремы Ролля для функции $f(x) = x^2 - 3x + 5$ на отрезке $[1; 2]$.

Вариант 2

Пользуясь таблицей производных, найти производные следующих функций:

2.1. $V(t) = \frac{4}{5}t^3 - \frac{5}{6}t^2 + \frac{5}{6}t - \frac{2}{5}$.

2.2. $V(t) = \frac{t^3+6t^2-6t-4}{2}$.

2.3. $S(t) = -2\sin 2t - 2\cos 6t$.

2.4. $y(x) = 3e^{2x} + 3\ln 5x$.

2.5. $S(t) = 5\sqrt[5]{t^4} + \frac{3}{t^3}$.

2.6. Найти $y' = \lim\limits_{\Delta\to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ для функции $y = x^3 + x$.

2.7. $y = x^3 \cdot \sqrt{1 + x^2}$.

2.8. $y = \frac{\sin 3x}{1+\operatorname{tg} 3x}$.

2.9. $y = (Tx^2 - \arccos x)\frac{\cos x}{x^2}$.

2.10. $y = \frac{7^x+1}{x^2 \operatorname{arctg} x}$.

2.11. $e^{-\sin^2 6x}$.

2.12. $y = \ln\log_4 \sin x$.

2.13. $y = 0,5(\operatorname{tg} 2x + \ln\cos^2 2x)$.

2.14. $y = -2\sin x \cdot \operatorname{arctg}(\sin x) + \ln\arccos\frac{1}{\sqrt{x}}$.

2.15. $y = \frac{1}{\sqrt{1+e^{-\sqrt{x}}}}$.

2.16. $y = \sin\operatorname{tg} 3^{\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)-2\sqrt{\cos x}}$.

2.17. $y = (x^2+1)^{\cos x}$.

2.18. $y = (3x-4)^4(2x+7)^5(x-2)^3$.
Найти y'_x от функций, заданных неявно:

2.19. $x^2 \cdot y = \operatorname{ctg}(y)$.

2.20. $x^3 + y^3 - 3axy = 0$.

2.21. Найти y'_x от функции $x = ye^y$.

2.22. Найти y'_x от функции, заданной параметрически:

$$\begin{cases} x = \sqrt[3]{1-\sqrt{t}}, \\ y = \sqrt{1-\sqrt{t}}. \end{cases}$$

2.23. На линии $y = \frac{1}{1+x^2}$ найти точку, в которой касательная параллельна оси абсцисс.

2.24. Вычислить приближённо $\sqrt[3]{8{,}01}$.

2.25. $y = x^2 \cdot \ln(x)$. Найти y'''.

2.26. Показать, что теорема Лагранжа на отрезке $[-2; 2]$ не применима к функции $f(x) = \frac{1}{x}$, пояснить это утверждение графически.

Вариант 3

Пользуясь таблицей производных, найти производные следующих функций:

3.1. $y(x) = \frac{1}{2}x^3 + \frac{4}{5}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$.

3.2. $y(x) = \frac{2x^3-3x^2+x+2}{1}$.

3.3. $S(t) = 4\operatorname{tg} 3t + 2\sin 5t$.

3.4. $S(t) = -3e^{3t} - 3\ln 3t$.

3.5. $S(t) = \frac{4}{\sqrt{t}} + 3t^2$.

3.6. Найти $y' = \lim\limits_{\Delta\to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ для функции $y = (3^x)^2$.

3.7. $y = \frac{(1-x)^2}{(1+x)^3}$.

3.9. $y = \frac{1+\arcsin x}{x^3} + \sqrt{x} \cdot \operatorname{arctg} x$.

3.8. $y = x^2 \cdot \sin 2x \cdot \operatorname{tg} x$.

3.10. $y = \frac{\ln\cos 2x}{x^5}$.

3.11. $y = \arccos \frac{1}{x}$.

3.12. $y = \sin^4 \cos(\pi x - 3)$.

3.13. $y = 8^x \cdot \arccos \sqrt{1-5x}$.

3.14. $y = \ln \frac{1-\sqrt[3]{x}}{\sqrt{1+\sqrt[3]{x}}} + \operatorname{arctg}(\operatorname{tg}^2 x)$.

3.15. $y = e^x \cdot \sin x \cdot \cos^3 x$.

3.16. $y = \ln\sin\ 12^{\cos^2(\frac{\pi}{4}-x)}$.

3.17. $y = x^{\ln x}$.

3.18. $y = -\frac{\sin x\cdot(1+x)^2}{\sqrt{x-1}\ln^2 x}$.

Найти y'_x от функций, заданных неявно:

3.19. $y^2 = \cos(x+y)$.

3.20. $y^x = x^y$.

3.21. Найти x'_y от функции $y = \ln(x+\sqrt{1+x^2})$.

3.22. Найти y'_x от функции, заданной параметрически:

$$\begin{cases} x = \ln(1+t^2), \\ y = t - \operatorname{arctg} t. \end{cases}$$

3.23. Под каким углом кривая $y = \ln x$ пересекает ось абсцисс?

3.24. Дано $f(x) = e^{0,1x(1-x)}$. Найти приближённое значение $f(1{,}05)$.

3.25. $y = \sin(\cos x)$. Найти y''.

3.26. Проверить справедливость теоремы Ролля для функции $y = \sqrt[3]{x^2-3x+2}$, на отрезке $[1;2]$.

Вариант 4

Пользуясь таблицей производных, найти производные следующих функций:

4.1. $y(x) = \frac{1}{6}x^3 - \frac{5}{6}x^2 + \frac{2}{5}x - \frac{1}{3}$.

4.2. $V(t) = -3\sin 4t - 2\cos 2t$.

4.3. $V(t) = 4\sin 3t - 6\operatorname{ctg} 5t$.

4.4. $y(x) = 4e^{3x} - 6\ln 5x$.

4.5. $V(t) = 5\sqrt[5]{t^4} + 7t^2$.

4.6. Найти $y' = \lim\limits_{\Delta \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ для функции $y = \cos\sqrt{x}$.

4.7. $y = \sqrt{2+x^2} \cdot \sqrt[3]{3+x^3}$.

4.8. $y = (x^3+1) \cdot \cos x$.

4.9. $y = \frac{\arcsin x}{x+1} + \frac{\operatorname{arcctg} x}{1+\sin x}$.

4.10. $y = x^2 \log_3 x + 5^{-\sin x}$.

4.11. $y = \frac{1}{\sqrt{x}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{2}}{x}$.

4.12. $y = \frac{x}{\sqrt{3-x^2}} - \lg e^{3x}$.

4.13. $y = \sqrt{1-9x^2} \cdot e^{\arcsin 3x}$.

4.14. $y = \operatorname{arctg} \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$.

4.15. $y = \ln(\sin x \cdot \sqrt{1-x^2})$.

4.16. $y = \operatorname{tg} \ln \sin 4^{\operatorname{ctg}\sqrt{x}}$.

4.17. $y = (\ln x)^x$.

4.18. $y = \frac{\ln x \cdot (x+1)^2}{(x-1)^2 \cdot \sqrt[3]{\cos x}}$.

Найти y'_x от функций, заданных неявно:

4.19. $x^3 + y^3 - 4axy = 0$.

4.20. $\operatorname{arctg} \frac{y}{x} = \ln\sqrt{x^2+y^2}$.

4.21. Найти x'_y от функции $y = e^{-4x} \cdot \sin 4x$.

4.22. Найти y'_x от функции, заданной параметрически:

$$\begin{cases} x = t(1-\sin t), \\ y = t^2 \cos t. \end{cases}$$

4.23. Показать, что касательные к гиперболе $y = \frac{x-4}{x-2}$ в точках её пересечения с осями координат параллельны между собой.

4.24. Вычислить приближённо $\operatorname{arctg} 1,02$.

4.25. $y = \sqrt{1-x^2} \cdot \arccos x$. Найти y''.

4.26. Проверить справедливость теоремы Лагранжа для функции $f(x) = 2x - x^2$ на отрезке [0;1]. Найти соответствующее значение с.

Вариант 5

Пользуясь таблицей производных, найти производные следующих функций:

5.1. $V(t) = \frac{1}{3}t^3 - \frac{5}{6}t^2 - \frac{1}{3}t + \frac{1}{4}$.

5.2. $y(x) = \frac{6x^3-6x^2+2x-2}{4}$.

5.3. $S(t) = 2\sin 4t - 6\cos 2t$.

5.4. $V(t) = -3e^{2t} + 4\ln 2t$.

5.5. $S(t) = \frac{3}{t^2-6t+4}$.

5.6. Найти $y' = \lim\limits_{\Delta\to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ для функции $y = \sin\sqrt{x}$.

5.7. $y = (1+\sqrt{x})\cdot(1+\sqrt{2x})$.

5.8. $y = \frac{\cos x}{x^2} + \frac{x^2}{\cos x}$.

5.9. $y = \arccos x - x^2 \cdot \arcsin x$.

5.10. $y = \frac{x\cdot e^x}{\operatorname{arctg} x}$.

5.11. $y = \frac{1}{4}\ln\frac{x^2-1}{x^2+1}$.

5.12. $y = 7^{\sqrt[5]{x}} \cdot \sin^3 x$.

5.13. $y = \ln x \cdot \sin\sqrt{\ln x}$.

5.14. $y = -\frac{x}{1+8x^3} + \frac{1}{12}\ln\frac{(1+2x)^2}{1-2x+4x^2} + \frac{\sqrt{3}}{6}\operatorname{arctg}\frac{4x-1}{\sqrt{3}}$.

5.15. $y = \frac{1}{\cos(x-\cos x)}$.

5.16. $y = \sin\ln\operatorname{tg} e^{\sin x}$.

5.17. $y = x^{\sin x^2}$.

5.18. $y = \sqrt[3]{(x-1)^2\cdot\cos x\cdot\sqrt{1-2^x}}$.

Найти y'_x от функций, заданных неявно:

5.19. $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{3}$.

5.20. $\operatorname{tg}\frac{y}{2} = \sqrt{\frac{1-k}{1+k}}\cdot\operatorname{tg}\frac{x}{2}$.

5.21. Найти x'_y от функции $y = \arcsin\sqrt{1-e^x}$.

5.22. Найти y'_x от функции, заданной параметрически:

$$\begin{cases} x = \frac{1+t^2}{t^2-1}, \\ y = \frac{1}{t^2-1}. \end{cases}$$

5.23. Написать уравнение нормали к линии $y = x^2 - x + 1$ в точке с абсциссой $x = -1$.

5.24. Найти приближённое значение $\sqrt{\frac{(2{,}037)^2-3}{(2{,}037)^2+5}}$.

5.25. $y = e^x\cdot\cos(\sin x)$. Найти y''.

5.26. Проверить справедливость теоремы Лагранжа для функции $f(x) = \sqrt{x}$ на отрезке $[1;4]$. Найти соответствующее значение c.

Вариант 6

Пользуясь таблицей производных, найти производные следующих функций:

6.1. $V(t) = \frac{1}{4}t^3 - \frac{5}{6}t^2 + \frac{3}{4}t - \frac{3}{4}$.

6.2. $V(t) = \frac{3t^3-5t^2+2t+3}{6}$.

6.3. $y(x) = -4\operatorname{ctg} 6x - 6\operatorname{tg} 2x$.

6.4. $V(t) = -3e^{2t} + 4\ln 3t$.

6.5. $V(t) = 4\sqrt[4]{t^3} - 5t^6$.

6.6. Найти $y' = \lim\limits_{\Delta\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}$ для функции $y = \frac{1}{x^2+x}$.

6.7. $y = (x^2-4)(x^2-9)$.

6.8. $y = \frac{2\cos x}{3x+\sin x}$.

6.9. $y = \frac{\operatorname{arcctg} x}{x^3+\arcsin x}$.

6.10. $y = e^x\cdot\cos x + x^5\cdot 3^x$.

6.11. $y = \ln(\arccos\frac{1}{\sqrt{x}})$.

6.12. $y = \frac{\arcsin 7x}{1-7x}$.

6.13. $y = \sin 8x\cdot e^{\frac{1}{\cos 8x}}$.

6.14. $y = \ln\sin\operatorname{arctg}\sqrt{1+x^2}$.

6.15. $y = \frac{(e^x)^2}{e^x+e^{-x}}$.

6.16. $y = \operatorname{tg}\ln\arcsin 2^{\sqrt{\sin x}}$.

6.17. $y = (x+6)^{\sqrt{x}}$.

6.18. $y = \frac{a^x\cdot\arccos x\cdot(x^2-1)}{x^3-1}$.

Найти y'_x от функций, заданных неявно:

6.19. $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$.

6.20. $\cos(xy) = x^2$.

6.21. Найти x'_y от функции $y = \operatorname{arctg}\sqrt{\frac{1}{x}+1}$.

6.22. Найти y'_x от функции, заданной параметрически:

$$\begin{cases} x = e^t\cdot\sin t^2, \\ y = e^t\cdot\cos t^2. \end{cases}$$

6.23. Составить уравнения касательных к линии $y = x - \frac{1}{x}$в точках её пересечения с осью абсцисс.

6.24. Вычислить приближённо $\sin 60^o 15'$.

6.25. $y = (1+x^2)\cdot\operatorname{arctg} x$. Найти y''.

6.26. Проверить справедливость теоремы Ролля для функции $f(x)=x^3-x^2-x+1$ на отрезке [-1;1].

Вариант 7

Пользуясь таблицей производных, найти производные следующих функций:

7.1. $V(t)=\frac{5}{6}t^3-\frac{4}{5}t^2+\frac{1}{5}t-\frac{3}{4}$.

7.2. $V(t)=\frac{5t^3-6t^2-2t-1}{1}$.

7.3. $y(x)=5\operatorname{tg}4x-6\sin 4x$.

7.4. $V(t)=-2e^{4t}-5\ln 4t$.

7.5. $S(t) = \frac{7}{\sqrt[7]{t^2}} + 5t^2$.

7.6. Найти $y'=\lim\limits_{\Delta\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}$ для функции $y=2\sin x+3\cos x$.

7.7. $y=(\sqrt[3]{x}+2x)(1+\sqrt[3]{x^2}+3x)$.

7.8. $y=(\operatorname{tg}x+\operatorname{ctg}x)\sin\frac{1}{x}$.

7.9. $y=\frac{\arccos 2x}{x^3+2x}$.

7.10. $y=2^x\cdot\log_5 x$.

7.11. $y=\arcsin(\sin^2 x-\cos 2x)$.

7.12. $y=\ln\operatorname{tg}x-\operatorname{ctg}^2 x-\frac{1}{4}\operatorname{ctg}^4 x$.

7.13. $y=\sin^2\frac{1-x}{1+x}\cdot 7^{\operatorname{tg}x^2}$.

7.14. $y=\frac{x\sqrt{1-x^2}}{1+x^2}-\frac{3}{\sqrt{2}}\operatorname{arctg}\frac{x\sqrt{x}}{\sqrt{1-x^2}}$.

7.15. $y=\frac{1}{\operatorname{arctg}e^{-2x}}$.

7.16. $y=\ln^3(x^2-2\ln\sin 2^{\frac{1}{x}})$.

7.17. $y=(1-x^3)^x$.

7.18. $y=\frac{(x^3+1)\sqrt[3]{x^2+2x}\cdot(x-1)^2}{\sqrt{2x-1}}$.

Найти y'_x от функций, заданных неявно:

7.19. $x^3+y^3-3axy=0$.

7.20. $xy=e^{x+y}$.

7.21. Найти x'_y от функции $y=\frac{\cos x}{\sqrt{1+\cos^2 x}}$.

7.22. Найти y'_x от функции, заданной параметрически:

$$\begin{cases} x = \frac{3at}{1+t^3}, \\ y = \frac{3at^2}{1+t^3}. \end{cases}$$

7.23. Написать уравнение нормали к линии $y = x^2 + e^{2x}$ в точке с абсциссой $x = 0$.

7.24. Найти приближённое значение $\arcsin 0,4983$.

7.25. $y = e^{\sin x^2}$. Найти y''.

7.26. Проверить справедливость теоремы Ролля для функции $y = x^3 + 4x^2 - 7x - 10$ на отрезке $[-1; 2]$.

Вариант 8

Пользуясь таблицей производных, найти производные следующих функций:

8.1. $V(t) = \frac{3}{4}t^3 - \frac{2}{5}t^2 - \frac{5}{6}t + \frac{2}{3}$.

8.2. $V(t) = \frac{5t^3 - 6t^2 - 2t - 1}{1}$.

8.3. $V(t) = -2\operatorname{ctg} 4t - 5\sin 4t$.

8.4. $V(t) = -4e^{6t} - 6\ln 2t$.

8.5. $V(t) = 2\sqrt{t} - \frac{2}{t^6}$.

8.6. Найти $y' = \lim\limits_{\Delta \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ для функции $y = \operatorname{tg} x - 5x$.

8.7. $y = 4x\sqrt[3]{x} + \frac{\sqrt[3]{x^2}}{3x}$.

8.8. $y = \frac{\sin x + \cos x}{\operatorname{tg} x}$.

8.9. $y = -8\sqrt[4]{x}\operatorname{arctg}(\operatorname{ctg} x)$.

8.10. $y = e^x \operatorname{tg} x + \frac{\cos x}{e^x}$.

8.11. $y = \ln(\arcsin x - x^2)$.

8.12. $y = \sin 8x \ln \frac{x}{8}$.

8.13. $y = e^{\arcsin x}\sqrt{x^2 - 8}$.

8.14. $y = \arcsin(\sin^2 \frac{1}{x}) + \arccos(\cos^2 \frac{1}{x})$.

8.15. $y = e^{1-\cos x} 2^{1-\sqrt{\sin x}}$.

8.16. $y = \frac{1}{3}\sin^3 x(6\cos^2 x + 7)$.

8.17. $y = (\sin 3x)^{x^2-1}$.

8.18. $y = \sqrt{x \sin x \cos 3x \sqrt{1-e^x}}$.

Найти y'_x от функций, заданных неявно:

8.19. $x^4 + y^4 = x^2 y^2$.

8.20. $y + x = \ln xy$.

8.21. Найти x'_y от функции $y = \operatorname{ctg}(\ln x^2)$.

8.22. Найти y'_x от функции, заданной параметрически:

$$\begin{cases} x = (\cos t)\sqrt{2\cos 2t}, \\ y = (\sin t)\sqrt{2\cos 2t}. \end{cases}$$

8.23. Провести касательную к гиперболе $y = \frac{x+9}{x+5}$ так, чтобы она прошла через начало координат.

8.24. На сколько приблизительно изменится сторона квадрата если его площадь уменьшить с 16 м^2 до $15,88$ м^2.

8.25. $y = x\cos(\ln x)$. Найти y''.

8.26. Проверить справедливость теоремы Лагранжа для функции $y = x^n$ в интервале $[0; a], n > 0, a > 0$.

Вариант 9

Пользуясь таблицей производных, найти производные следующих функций:

9.1. $S(t) = \frac{3}{4}t^3 - \frac{1}{4}t^2 + \frac{1}{4}t - \frac{1}{5}$.

9.2. $V(t) = \frac{t^3-t^2-3t+2}{2}$.

9.3. $y(x) = 5\operatorname{tg} 4x - 6\sin 4x$.

9.4. $V(t) = 5e^{4t} - 6\ln 4t$.

9.5. $V(t) = 6\sqrt[6]{t^5} - \frac{6}{t^2}$.

9.6. Найти $y' = \lim\limits_{\Delta\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}$ для функции $y = \frac{1}{e^x+9}$.

9.7. $y = (\sqrt{x}+1)(\frac{1}{\sqrt{x}-1})$.

9.8. $y = \frac{\sin x}{\cos x + x\sin x}$.

9.9. $y = \frac{3}{\operatorname{arctg} x + \operatorname{arcctg} x} + \frac{1}{\sin x}$.

9.10. $y = \frac{\ln 2 \sin x + \cos x}{2^x}$.

9.11. $y = \operatorname{arcctg} \sin \sqrt{x}$.

9.12. $y = \frac{1}{9} e^{\cos 9x} \sin 9x$.

9.13. $y = \arccos(-\frac{1}{x}) + \ln(x^2 - 2x)$.

9.14. $y = \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{\operatorname{tg} \frac{1}{x^3}}}$.

9.15. $y = \ln(e^x \cos x + e^x \sin x)$.

9.16. $y = 9^{\frac{2\cos x}{\sqrt{\cos 2x}}}$.

9.17. $y = (\cos 2x)^{\sin x}$.

9.18. $y = (x^2 - 1)^3 \sqrt{\sin x}(x - 3)^2$.

Найти y'_x от функций, заданных неявно:

9.19. $y^2 \cos x = a^2 \sin 3x$.

9.20. $x^3 - y^3 = x^2 y^2$.

9.21. Найти x'_y от функции $y = \ln^2(\ln \sin x)$.

9.22. Найти y'_x от функции, заданной параметрически:

$$\begin{cases} x = \frac{1+t}{t^3}, \\ y = \frac{2}{2t^2} + \frac{2}{t}. \end{cases}$$

9.23. Написать уравнения касательной и нормали к кривой $y = \frac{8a^3}{4a^2 + x^2}$ в точке с абсциссой x=2a.

9.24. Найти приближённое значение $\sqrt[4]{16{,}5}$.

9.25. $y = x \sin(\ln x)$. Найти y''.

9.26. Справедлива ли теорема Ролля для функции $f(x) = x^2 + 6x - 35$ на отрезке [-5;-1]. Найти соответствующее значение c.

Вариант 10

Пользуясь таблицей производных, найти производные следующих функций:

10.1. $S(t) = \frac{5}{6} t^3 + \frac{3}{4} t^2 - \frac{1}{2} t - \frac{3}{5}$.

10.2. $S(t) = \frac{t^3 + 3t^2 - 6t + 4}{5}$.

10.3. $y(x) = -3 \operatorname{ctg} 2x - 2 \cos 4x$.

10.4. $V(t) = 5e^{2t} + 4 \ln 3t$.

10.5. $V(t)=5\sqrt[5]{t^4}-5t^4$.

10.6. Найти $y'=\lim\limits_{\Delta\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}$ для функции $y=2^{x+2}$.

10.7. $y=\frac{2x^4}{4-x^2}$

10.8. $y=(2-x^2)\cos 3x+2x\sin x$

10.9. $y=\frac{\operatorname{ctg} x}{x^2\operatorname{tg} x}$

10.10. $y=6^x\operatorname{arcctg} x+\log_6 x$

10.11. $y=\sqrt[3]{e^x-e^{-x}}$

10.12. $y=\operatorname{tg}^2\sin 3x-\operatorname{ctg} x^2$

10.13. $y=\operatorname{arctg} e^x-\ln\sqrt{\frac{e^{2x}}{e^{2x}+1}}$

10.14. $y=8^{1-2\sqrt{\cos x}}$

10.15. $y=e^{ax}(a\sin x-b\cos x)$

10.16. $y=x^2\ln^3(\frac{-1}{x})$

10.17. $y=(\operatorname{tg}^3 x)^{\sin 6x}$.

10.18. $y=\frac{\ln^3 x\cdot(1+x)^2}{\sqrt{x-1}\sin 2x}$.

Найти y'_x от функций, заданных неявно

10.19. $x^3+ax^2y+bxy^2=y^3$.

10.20. $y+x=\sin xy$.

10.21. Найти x'_y от функции $y=\sqrt{1+x^2}\operatorname{arctg} x$.

10.22. Найти y'_x от функции, заданной параметрически:

$$\begin{cases} x=\frac{1+\ln t}{t^2},\\ y=\frac{\ln t}{t}.\end{cases}$$

10.23. Написать уравнение касательной к кривой $y=\frac{8}{4+x^2}$ в точке с абсциссой $x=2$.

10.24. Найти приближённое значение $e^{0,15}$.

10.25. $y=\frac{\arccos x}{\sqrt{1-x^2}}$. Найти y''.

10.26. Проверить справедливость теоремы Ролля для функции $f(x)=\sqrt[3]{(x-4)^2}$ на отрезке $[0;8]$. Найти соответствующие значения c.

Вариант 11

Пользуясь таблицей производных, найти производные следующих функций:

11.1. $V(t) = \frac{1}{6}t^3 + \frac{4}{5}t^2 + \frac{1}{3}t + \frac{1}{2}$.

11.2. $y(x) = \frac{x^3+4x^2+5x+6}{3}$.

11.3. $y(x) = 2\sin 5x - 3\,\mathrm{ctg}\,5x$.

11.4. $y(x) = -3e^{4x} - 2\ln 2x$.

11.5. $V(t) = \frac{5}{\sqrt[5]{t^3}} - \frac{2}{t^6}$.

11.6. Найти $y' = \lim\limits_{\Delta\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}$ для функции $y = \sqrt[3]{x^2+1}$.

11.7. $y = \frac{1}{x^3-3x+6}$.

11.8. $y = \frac{\sin x}{x^2} + x^{\frac{2}{3}}\cos x$.

11.9. $y = \frac{2\,\mathrm{arcctg}\,x - x}{3\,\mathrm{arcctg}\,x}$.

11.10. $y = e^x(\log_2 x + 1)$.

11.11. $y = \sin \mathrm{arctg}(2^{\frac{1}{x^2}})$.

11.12. $y = e^{-x^2}\ln(x+3)$.

11.13. $y = x\arcsin(3\ln^2 x)$.

11.14. $y = \ln\frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}} + 2\,\mathrm{arctg}\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$.

11.15. $y = \frac{\sin 3x}{2^{\frac{1}{x}}e^{2x}}$.

11.16. $y = 2^{\sqrt{\cos x}}\,\mathrm{ctg}\sin x^2$.

11.17. $y = (\sqrt{x})^{\mathrm{tg}\,2x}$.

11.18. $y = \frac{e^x \arcsin x\cdot(x-2)^2}{x^2-1}$.

Найти y'_x от функций, заданных неявно:

11.19. $\mathrm{arctg}\,y = x^2 + y$.

11.20. $e^{xy} - x^2 + y^2 = 0$.

11.21. Найти x'_y от функции $y = \arccos(\sin\frac{x}{3})$.

11.22. Найти y'_x от функции, заданной параметрически:

$$\begin{cases} x = \frac{2t}{1+t^2}, \\ y = \frac{3t\sqrt{3}}{1+t^2}. \end{cases}$$

11.23. Написать уравнение касательной к кривой $y^2 = x^3$ в точке с абсциссой $x = 0$.

11.24. Найти приближённое значение $\cos 30^o 30'$.

11.25. $y = e^{-x} \sin x$. Найти y''.

11.26. Проверить справедливость теоремы Лагранжа для функции $f(x) = x^3 - 4x^2 + 5x$ на отрезке $[0; 3]$. Найти соответствующие значения c.

Вариант 12

Пользуясь таблицей производных, найти производные следующих функций:

12.1. $V(t) = \frac{1}{2}t^3 + \frac{5}{6}t^2 - \frac{1}{6}t + \frac{3}{5}$.

12.2. $V(t) = \frac{6t^3+2t^2+5t-6}{2}$.

12.3. $S(t) = -5 \operatorname{tg} 5t - 4 \operatorname{ctg} 4t$.

12.4. $V(t) = -3e^{2t} - 2 \ln 4t$.

12.5. $V(t) = 6\sqrt[3]{t^2} - \frac{3}{t^4}$.

12.6. Найти $y' = \lim\limits_{\Delta \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ для функции $y = -\operatorname{ctg} x + x$.

12.7. $y = \frac{1-x^3}{2\sqrt{x}}$.

12.8. $y = x^2 \operatorname{ctg} x - \frac{\operatorname{tg} x}{x^2}$.

12.9. $y = (5x^2 - 3x)^3 - \sqrt[4]{e^{4x-5} + 4}$.

12.10. $y = xe^x(\cos x - \sin x)$.

12.11. $y = \frac{\arccos x}{x - \arcsin x}$.

12.12. $y = \frac{1}{\ln^2 7x}$.

12.13. $y = \sin \operatorname{arctg} e^{\frac{1}{\ln x}}$.

12.14. $y = \frac{1}{3} \ln \frac{x+1}{\sqrt{x^2-x+1}} + \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{2x-1}{\sqrt{3}}$.

12.15. $y = \frac{1 + x \operatorname{arctg} x}{\sqrt{1+x^2}}$.

12.16. $y = 2^{tg\frac{1}{x}}$.

12.17. $y = (\cos x)^{\sqrt[3]{x}}$.

12.18. $y = \sqrt{\frac{1-\arcsin x}{1+\arcsin x}}\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$.

Найти y'_x от функций, заданных неявно:

12.19. $x^2 - 2xy^2 + y = 0$

12.20. $e^y - e^{-x} + xy = 0$

12.21. Найти x'_y от функции $y = \sqrt[3]{\cos e^x}$.

12.22. Найти y'_x от функции, заданной параметрически:

$$\begin{cases} x = \frac{t^2}{2}\cos t, \\ y = \frac{t^2}{2}\sin t. \end{cases}$$

12.23. Написать уравнения касательной и нормали к кривой $y = \frac{x^3}{3}$ в точке с абсциссой $x = -1$.

12.24. Найти приближённое значение $\operatorname{tg} 44°55'$.

12.25. $y = a^x \cdot x^3$. Найти y''.

12.26. Проверить справедливость теоремы Ролля для функции $f(x) = \sqrt{x^2 + 9x + 14}$ на отрезке $[-7; -2]$. Найти соответствующие значения c.

Вариант 13

Пользуясь таблицей производных, найти производные следующих функций:

13.1. $V(t) = \frac{1}{6}t^3 + \frac{4}{5}t^2 + \frac{1}{3}t + \frac{1}{2}$.

13.2. $y(x) = \frac{4x^3+5x^2-4x-6}{5}$.

13.3. $y(x) = -6\cos 3x - 6\sin 3x$.

13.4. $y(x) = 4e^{3x} + 4\ln 2x$.

13.5. $S(t) = 6\sqrt[3]{t^2} + 4t^4$.

13.6. Найти $y' = \lim\limits_{\Delta \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ для функции $y = 2x^3 + 5x^2$.

13.7. $y = \frac{x^3-2x}{x^2+x+1}$.

13.8. $y = \frac{\operatorname{ctg} x}{2\sqrt{x}-1}$.

13.9. $y = \frac{\arccos x+x}{\arcsin x-x}$.

13.10. $y = 3 \cdot \operatorname{ctg} x \cdot (e^x - 1)$.

13.11. $y = \ln \sin \operatorname{arctg} \sqrt{3x}$.

13.12. $y = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}$.

13.13. $y = \ln(e^{-2x} + xe^{-2x})$.

13.14. $y = 5 \ln \operatorname{ctg} 2x - 0,5 \operatorname{ctg} 4x$.

13.15. $y = 2 \arcsin \frac{x-2}{\sqrt{6}} - \sqrt{2 + 4x - x^2}$.

13.16. $y = \ln(\ln^2(\ln^3 x))$.

13.17. $y = (x+1)^{\frac{2}{x}}$.

13.18. $y = x^2 \cdot e^{3x} \cos^2 x$.

Найти y'_x от функций, заданных неявно:

13.19. $y^3 - 3y + 3x = 1$.

13.20. $e^x \sin y - e^{-y} \cos x = 0$.

13.21. Найти x'_y от функции $y = \arcsin(2 \ln^3 x)$.

13.22. Найти y'_x от функции, заданной параметрически:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{\sqrt{1+t^2}}, \\ y = \frac{t}{\sqrt{1+t^2}}. \end{cases}$$

13.23. Составить уравнения касательных к окружности $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 3 = 0$ в точках её пересечения с осью абсцисс.

13.24. Найти приближённое значение $0{,}97^3$

13.25. $y = \cos^2 2x$. Найти y''.

13.26. Проверить справедливость теоремы Лагранжа для функции $f(x) = \ln x$ на отрезке $[1; e]$. Найти соответствующие значения c.

Вариант 14

Пользуясь таблицей производных, найти производные следующих функций:

14.1. $S(t) = \frac{5}{6}t^3 + \frac{3}{4}t^2 - \frac{1}{2}t - \frac{3}{5}$.

14.2. $V(t) = \frac{3t^3 - 2t^2 + t + 6}{2}$.

14.3. $y(x) = 4\sin 5x + 3\operatorname{tg} 2x$.

14.4. $y(x) = 4e^{5x} + 3\ln 2x$.

14.5. $S(t) = \frac{7}{\sqrt[7]{t^3}} + 7t^3$.

14.6. Найти $y' = \lim\limits_{\Delta\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}$ для функции $y = \lg(x+1)$.

14.7. $y = \frac{x^2+1}{3(x^2-1)} + \sqrt[3]{x^2}$.

14.8. $y = \frac{\sqrt[3]{x^2}}{\operatorname{ctg} x - 1}$.

14.9. $y = (\operatorname{tg} x - 1)\arcsin x$.

14.10. $y = \frac{x^3 + \ln x}{e^4}$.

14.11. $y = \cos\operatorname{tg} 2^{\sin\frac{1}{x}}$.

14.12. $y = 7e^{\sqrt{x}}(\sqrt[7]{x} - 1)$.

14.13. $y = \frac{\ln(2x-1)}{\sqrt[3]{(5-x)^2}}$.

14.14. $y = \frac{\sin x}{4\cos^4 x} + \frac{3\sin x}{8\cos^2 x} + \frac{3}{8}\ln\frac{1+\operatorname{tg}\frac{x}{2}}{1-\operatorname{tg}\frac{x}{2}}$.

14.15. $y = 10^{x^2 \operatorname{arctg} x^2}$.

14.16. $y = \ln(\ln(\ln x))$.

14.17. $y = (\sin 2x)^{\sqrt{x}}$.

14.18. $y = x^3(e^x)^2 \cdot \sin 2x \cos\frac{1}{x}$.

Найти y'_x от функций, заданных неявно:

14.19. $y^2 = \sin(x+y)$.

14.20. $xy^2 + y^3 + x^2 + 2 = 0$.

14.21. Найти x'_y от функции $y = 2\arccos\sqrt{\sin 3x}$.

14.22. Найти y'_x от функции, заданной параметрически:

$$\begin{cases} x = 2\cos t - \cos 2t, \\ y = 2\sin t - \sin 2t. \end{cases}$$

14.23. Найти угол наклона к оси Ox касательной, проведённой к гиперболе $x^2 - 4y^2 = 1$ в точке $A(2; \frac{\sqrt{3}}{2})$.

14.24. Найти приближённое значение $\lg 10,1$.

14.25. $y = \sqrt{1 - x^2} \arcsin x$. Найти y''.

14.26. Проверить справедливость теоремы Ролля для функции $f(x) = \ln\sin x$ на отрезке $[\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}]$. Найти соответствующие значения c.

Вариант 15

Пользуясь таблицей производных, найти производные следующих функций:

15.1. $S(t) = \frac{5}{6}t^3 + \frac{3}{2}t^2 - \frac{1}{2}t - \frac{3}{5}$.

15.2. $S(t) = \frac{2t^3+5t^2+6t-3}{6}$.

15.3. $y(x) = -3\sin 4x + 6\operatorname{ctg} 2x$.

15.4. $y(x) = -3e^{4x} + 6\ln 2x$.

15.5. $V(t) = 7\sqrt[7]{t^3} - 5t^6$.

15.6. Найти $y' = \lim\limits_{\Delta\to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ для функции $y = \operatorname{tg}(2x+1)$.

15.7. $y = \frac{1-x^3}{1+x^3} + \frac{2}{\sqrt{x}}$.

15.8. $y = \frac{4\cos 4x}{\operatorname{tg} x - 2x}$.

15.9. $y = (x - \operatorname{arctg} x)\arcsin\frac{1}{x}$.

15.10. $y = \frac{1-\ln x}{1+\ln x}$.

15.11. $y = \sin\ln\operatorname{tg} 6^{\cos 3x}$.

15.12. $y = 12x^3 \operatorname{arctg}\sqrt[3]{x^2}$.

15.13. $y = \ln^2\ln 5^{x^3-3x^2+2x}$.

15.14. $y = \frac{\sin^2 x}{1+\operatorname{ctg} x} + \frac{\cos^2 x}{1+\operatorname{tg} x}$.

15.15. $y = \ln\sqrt[4]{\frac{x^2+x+1}{x^2-x+1}} + \sin\frac{1}{x^2}$.

15.16. $y = \frac{\arcsin^2 2x}{2} - \sqrt{1-4x^2}$.

15.17. $y = [\arccos(\cos^2 x)]^x$.

15.18. $y = \sqrt[3]{\frac{x(x^2+1)(x-1)}{(x^2-1)^2}}$.

Найти y'_x от функций, заданных неявно:

15.19. $\sin y = x^2 - yx$.

15.20. $x^3 + \ln y - x^3 e^y = 0$.

15.21. Найти x'_y от функции $y = \ln(1+\sin^2 x)$.

15.22. Найти y'_x от функции, заданной параметрически:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{3}\sin^3 t, \\ y = \frac{1}{3}\cos^3 t. \end{cases}$$

15.23. Под каким углом пересекаются кривые $2y = x^2$ и $2y = 8 - x^2$?

15.24. Найти приближённое значение $\arcsin 0,49$.

15.25. $y = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$. Найти y''.

15.26. Показать, что теорема Лагранжа на отрезке $[-2; 2]$ неприменима к функции $f(x) = \frac{1}{x}$. Пояснить это утверждение графически.

Вариант 16

Пользуясь таблицей производных, найти производные следующих функций:

16.1. $y(x) = \frac{2}{3}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{6}x - \frac{3}{4}$.

16.2. $y(x) = \frac{6x^3-5x^2-2x+4}{3}$.

16.3. $V(t) = -5\operatorname{tg} 4t - 4\operatorname{ctg} 6t$.

16.4. $y(x) = -6e^{5x} - 2\ln 5x$.

16.5. $S(t) = \frac{5}{2t^2+7t-1}$.

16.6. Найти $y' = \lim\limits_{\Delta\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}$ для функции $y = \sqrt{3x - x^2}$.

16.7. $y = \frac{3}{(1-2x^3)} - \sqrt[3]{x}$.

16.8. $y = \sqrt{\operatorname{tg} x} \sin x + 2$.

16.9. $y = (\sqrt[5]{x^3} - 1) \operatorname{arctg} x$.

16.10. $y = \frac{x^3+2^x}{e^x}$.

16.11. $y = \ln \sqrt[6]{\cos x}$.

16.12. $y = \cos 2^x + 4^{\sqrt{x}}$.

16.13. $y = \sqrt[3]{\cos x} e^{-\arcsin x}$.

16.14. $y = \ln^2(\frac{1}{\cos^2 \sqrt[3]{x}})$.

16.15. $y = 3x^3 \arcsin(\sin^2 x) + (x^2+2)\sqrt{1-x^2}$.

16.16. $y = \frac{1}{\operatorname{arctg} e^{4x}}$.

16.17. $y = [\arcsin(sin^2 x)]^x$.

16.18. $y = \frac{\sqrt{x+2}(3-x)^4}{(x+1)^5(x+4)^4}$.

Найти y'_x от функций, заданных неявно:

16.19. $x^2 + y^2 + xy = 2$.

16.20. $\frac{y}{x} + e^{\frac{y}{x}} = 0$.

16.21. Найти x'_y от функции $y = \ln \sin \frac{x+2}{2}$.

16.22. Найти y'_x от функции, заданной параметрически:

$$\begin{cases} x = 2 \ln \operatorname{ctg} t + 1, \\ y = \operatorname{tg} t + \operatorname{ctg} t. \end{cases}$$

16.23. Написать уравнение касательной к кривой $y = 4x - x^2$ в точке пересечения с осью Ox.

16.24. Найти приближённое значение $\sqrt[3]{8,01}$.

16.25. $y = x \cdot e^{x^2}$. Найти y''.

16.26. Функция $y = |x|$ принимает равные значения на концах интервала $(-a; a)$. Убедиться в том, что производная от этой функции нигде в интервале $(-a; a)$ в ноль не обращается и объяснить такое уклонение от теоремы Ролля.

Вариант 17

Пользуясь таблицей производных, найти производные следующих функций:

17.1. $S(t) = \frac{1}{4}t^3 + \frac{1}{5}t^2 + \frac{4}{5}t + \frac{2}{5}$.

17.2. $S(t) = \frac{6t^3+4t^2-5t+2}{5}$.

17.3. $S(t) = 6\sin 2t - 4\,\mathrm{tg}\,3t$.

17.4. $V(t) = 5e^{2t} + 4\ln 3t$.

17.5. $S(t) = \frac{5}{2t^2+7t-1}$.

17.6. Найти $y' = \lim\limits_{\Delta\to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ для функции $y = x^2 + 4x$.

17.7. $y = \frac{x^2+x-1}{x^3+1} - \sqrt[3]{7x}$.

17.8. $y = x^2\,\mathrm{tg}\,3x$.

17.9. $y = \frac{\arccos x}{1-x^2}$.

17.10. $y = \frac{1+e^x}{1-e^x}$.

17.11. $y = \sin(\mathrm{arcctg}(\ln(1-x)))$.

17.12. $y = 2\ln(\ln x) - 2\ln 2x$.

17.13. $y = \frac{4^{\mathrm{tg}\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}$.

17.14. $y = e^{\mathrm{arctg}\sqrt{1+\ln(2x+3)}}$.

17.15. $y = \frac{3x^2-1}{3x^3} + \ln\sqrt{1+x^2} + \mathrm{arctg}\,x$.

17.16. $y = \sin\ln\mathrm{tg}\,e^{e^x}$.

17.17. $y = (\sqrt{x})^{\mathrm{tg}\,2x}$.

17.18. $y = \sqrt[3]{\frac{(x-5)(x+4)}{\sqrt[5]{x^2+4}}}$.

Найти y'_x от функций, заданных неявно

17.19. $y - \cos y = x\sin y$.

17.20. $e^{\frac{y}{x}} - \sqrt[3]{\frac{y}{x}} = 0$.

17.21. Найти x'_y от функции $y = \ln(\cos\frac{1}{x})$.

17.22. Найти y'_x от функции, заданной параметрически:

$$\begin{cases} x = 2a\sin t + a\sin t\cos^2 t, \\ y = -a\cos^3 t. \end{cases}$$

17.23. Написать уравнения касательных к кривой $y^2 = 4 - x$ в точках пересечения с осью Oy.

17.24. Найти приближённое значение $\sqrt[3]{26{,}97}$.

17.25. $y = x\sqrt{1+x^2}$. Найти y''.

17.26. Проверить справедливость теоремы Ролля для функции $y = x^3 + 4x^2 - 7x - 10$ на отрезке $[-1; 2]$.

Вариант 18

Пользуясь таблицей производных, найти производные следующих функций:

18.1. $V(t) = \frac{1}{2}t^3 - \frac{1}{3}t^2 - \frac{1}{2}t + \frac{1}{2}$.

18.2. $y(x) = \frac{4x^3+5x^2-4x-6}{5}$.

18.3. $S(t) = 3\operatorname{tg} 5t - 5\cos 5t$.

18.4. $y(x) = -2e^{6x} - 5\ln 2x$.

18.5. $S(t) = 4\sqrt{t} - \frac{6}{t^5}$.

18.6. Найти $y' = \lim\limits_{\Delta\to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ для функции $y = x^2 - 9x$.

18.7. $y = (\sqrt[4]{x^3} + 1)x^3$.

18.8. $y = \frac{3\sqrt[3]{x} - \cos 3x}{2\sin 3x}$.

18.9. $y = \frac{9\sqrt[3]{x^2} + a^2}{\arccos x}$.

18.10. $y = \frac{1-10^x}{1+10^x}$.

18.11. $y = \operatorname{arctg}(\ln(\sin(2^{\frac{1}{\sqrt{x}}})))$.

18.12. $y = \frac{\ln\operatorname{tg} x}{e^{1-2x}}$.

18.13. $y = \sqrt{1+x^2} \cdot \sin\sqrt{x}$.

18.14. $y = \arccos(\sin x^2 - \cos x^2)$.

18.15. $y = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2} - \operatorname{ctg} x \ln(1 + \sin x) - x$.

18.16. $y = x^{a^a} + a^{x^a} + a^{a^x} \quad (a > 0)$.

18.17. $y = (\sqrt[4]{x})^{\cos 4x}$.

18.18. $y = \frac{\sqrt[4]{(6x+5)^3 \cdot (4x-7)^2}}{(2x+9)^3}$.

Найти y'_x от функций, заданных неявно:

18.19. $y \sin x - \cos(x - y) = 0$.

18.20. $\frac{y}{x} - 3\sqrt[3]{\frac{y}{x}} = 0$.

18.21. Найти x'_y от функции $y = e^{\operatorname{ctg}(-\frac{1}{x})}$.

18.22. Найти y'_x от функции, заданной параметрически:

$$\begin{cases} x = 2(\cos t + t \sin t), \\ y = 2(\sin t - t \cos t). \end{cases}$$

18.23. Написать уравнение касательной к кривой $y^2 = (4 + x)^3$ в точках пересечения с осями Ox и Oy.

18.24. Найти приближённое значение $\ln 1{,}011$

18.25. $y = xe^{\sqrt{x}}$. Найти y''.

18.26. Проверить справедливость теоремы Ролля для функции $y = \sqrt[3]{x^2 - 3x + 2}$ в интервале $(1; 2)$.

Вариант 19

Пользуясь таблицей производных, найти производные следующих функций:

19.1. $y(x) = \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{6}x - \frac{3}{5}$.

19.2. $S(t) = \frac{4t^3 - 6t^2 - 2t - 1}{4}$.

19.3. $S(t) = -4 \operatorname{tg} 4t - 3 \operatorname{ctg} 3t$.

19.4. $V(t) = 6e^{2t} - 2 \ln 4t$.

19.5. $y(x) = \frac{1}{6x^2 - 6x + 5}$.

19.6. Найти $y' = \lim\limits_{\Delta \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ для функции $y = \sqrt{2 + x^2}$.

19.7. $y = \frac{2}{x+2} + \frac{3}{x^2+1}$.

19.8. $y = \frac{1+4\sin x}{2-3\cos x}$.

19.9. $y = x^2 \cdot \cos x \cdot \operatorname{arcctg} x$.

19.10. $y = \frac{\log_9 x}{9^x} + x^2 \cdot 3^x$.

19.11. $y = e^{\arccos \sqrt{3x}}$.

19.12. $y = \ln(x+2)\ln(\sqrt{1+x^2})$.

19.13. $y = \cos\ln(2x - x^2)$.

19.14. $y = \frac{a^x}{1+a^{2x}} - \frac{1-a^{2x}}{1+a^{2x}} \cdot \operatorname{arcctg} a^{-x}$.

19.15. $y = \ln(e^x + \sqrt{1+e^{2x}})$.

19.16. $y = \ln^3(\sin \operatorname{tg} x^2)$.

19.17. $y = (1 + a^x)^x$.

19.18. $y = \frac{(4x+9)^3\sqrt{(2x+1)^3}}{(2x-1)^2(x-1)^3}$.

Найти y'_x от функций, заданных неявно:

19.19. $y - x = \arcsin x - \arcsin y$.

19.20. $x^2 + y^2\ln(x) - 4 = 0$.

19.21. Найти x'_y от функции $y = \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$.

19.22. Найти y'_x от функции, заданной параметрически:

$$\begin{cases} x = \frac{3at}{1+t^2}, \\ y = \frac{3at^2}{1+t^2}. \end{cases}$$

19.23. В какой точке касательная к параболе $y = x^2 + 4x$ параллельна оси Ox?

19.24. Найти приближённое значение $\sqrt[3]{1{,}02}$.

19.25. $y = (1 + x^2) \cdot \operatorname{arctg} x$. Найти y''.

19.26. Применима ли теоремы Ролля для функции $f(x) = 1 + \sqrt[3]{x^2}$ на отрезке $[-1; 1]$?

Вариант 20

Пользуясь таблицей производных, найти производные следующих функций:

20.1. $y(x) = \frac{3}{4}x^3 + \frac{1}{5}x^2 - \frac{1}{5}x - \frac{4}{5}$.

20.2. $y(x) = \frac{4x^3 - 4x^2 - x - 2}{2}$.

20.3. $S(t) = -3\operatorname{tg} 2t + 4\sin 3t$.

20.4. $V(t) = 6e^{2t} - 2\ln 4t$.

20.5. $y(x) = \frac{6}{5x^2 + 2x - 4}$.

20.6. Найти $y' = \lim\limits_{\Delta \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ для функции $y = \frac{x}{3x+2}$.

20.7. $y = \frac{3}{5-x} + \frac{x^2}{5\sqrt{x}}$.

20.8. $y = \frac{x^2 + 2\cos x}{\sin x}$.

20.9. $y = \operatorname{arctg} 4x \cdot (\sqrt[5]{x^3} - 1)$.

20.10. $y = \frac{x^2}{2^x} - \frac{4^x - 1}{\operatorname{tg} x}$.

20.11. $y = \ln^2(3x^2 - 2x - 5)$.

20.12. $y = e^{\cos x \sqrt{\sin x}}$.

20.13. $y = \sin 3^x \cdot \cos^2 3^x$.

20.14. $y = \frac{e^{-x^2} \arcsin(e^{-x^2})}{\sqrt{1 - e^{-2x^2}}}$.

20.15. $y = 2\ln(2x - 3\sqrt{1 - 4x^2} - 6\arcsin 6x)$.

20.16. $y = \sqrt{a^2 - x^2} - a \cdot \arccos \frac{x}{a}$.

20.17. $y = x^{a^x}$.

20.18. $y = \sqrt[5]{\frac{(1-x^2)\cos x}{(x^2+1)^3(1+2x)}}$.

Найти y'_x от функций, заданных неявно

20.19. $x^2 + xy - (y+1)^2 = 0$.

20.20. $\sin(y - x^2) - \ln(y - x^2) - 3 = 0$.

20.21. Найти x'_y от функции $y = \sin^2(\operatorname{tg} x)$.

20.22. Найти y'_x от функции, заданной параметрически:

$$\begin{cases} x = t(t\cos t - 2\sin t), \\ y = t(t\sin t + 2\cos t). \end{cases}$$

20.23. Составить уравнения касательной и нормали к кривой $y = \frac{2}{1+x^2}$ в точке с абсциссой $x = 1$.

20.24. Найти приближённое значение $\sin 29°30'$.

20.25. $y = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}$. Найти y''.

20.26. Функция $y = x^2 + \sqrt[3]{x^2}$ принимает значения, равные на концах интервала $[-1; 1]$. Убедиться в том, что производная этой функции нигде в нуль не обращается и объяснить такое уклонение от теоремы Ролля.

Вариант 21

Пользуясь таблицей производных, найти производные следующих функций:

21.1. $S(t) = \frac{1}{4}t^3 + \frac{1}{5}t^2 + \frac{4}{5}t + \frac{2}{5}$.

21.2. $S(t) = \frac{5t^3 - t^2 - 5t - 6}{3}$.

21.3. $S(t) = 4\operatorname{tg} 4t - 2\cos 5t$.

21.4. $V(t) = 6e^{2t} - 2\ln 4t$.

21.5. $y(x) = \frac{5}{2x^2+7x+1}$.

21.6. Найти $y' = \lim\limits_{\Delta \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ для функции $y = \sqrt{x^2 + 2x}$.

21.7. $y = \frac{1 - \sqrt[3]{2x}}{1 + \sqrt[3]{2x}}$.

21.8. $y = \frac{3\cos x + x^2}{1+2x}$.

21.9. $y = (x^3 - \operatorname{arctg} 3x) \cdot (\operatorname{arctg} x - 2x)$.

21.10. $y = 4^x \cdot \arccos x - \frac{e^x}{x^2}$.

21.11. $y = \sqrt[3]{2 + \log_2 \sin 3x}$.

21.12. $y = \frac{\operatorname{ctg} 2x}{2^{3-2x}}$.

21.13. $y = 6^{\sin^2 \frac{1}{x} + 4 \sin \frac{1}{x}}$.

21.14. $y = \arcsin(\frac{\sin a \cdot \sin x}{1 - \cos a \cdot \cos x})$.

21.15. $y = x - \ln(2e^x + 1 + \sqrt{e^{2x} + 4e^x + 1})$.

21.16. $y = 4\sqrt[3]{\operatorname{ctg}^2 x} + \sqrt[8]{\operatorname{ctg}^3 x}$.

21.17. $y = x^{x^a}$.

21.18. $y = \frac{\sqrt[3]{9x-1}\sqrt{4x+1}}{\sqrt[5]{\sin x}}$.

Найти y'_x от функций, заданных неявно:

21.19. $x^3 + y^3 + 3xy = 0$.

21.20. $y = 6^x + 6^y + 6^{x+y} = 0$.

21.21. Найти x'_y от функции $x = \operatorname{ctg}(\sqrt{1 - x^2})$.

21.22. Найти y'_x от функции, заданной параметрически:

$$\begin{cases} x = \sin t + \cos t, \\ y = a^t + a^{-t}. \end{cases}$$

21.23. Составить уравнение касательной, проведённой из точки $A(0; -0,5)$ к ветви гиперболы $y = \sqrt{x^2 - 1}$.

21.24. Вычислить приближённо $\cos 151°$.

21.25. $y = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$. Найти y''.

21.26. Проверить справедливость теоремы Ролля для функции $y = 4^{\sin x}$ в интервале $[0; \pi]$. Найти соответствующее значение c.

Вариант 22

Пользуясь таблицей производных, найти производные следующих функций:

22.1. $S(t) = \frac{5}{6}t^3 + \frac{3}{4}t^2 - \frac{1}{2}t - \frac{3}{5}$.

22.2. $S(t) = \frac{t^3+3t^2-6t+4}{5}$.

22.3. $y(x) = -6\cos 3x - 6\sin 3x$.

22.4. $y(x) = 4e^{5x} + 3\ln 2x$.

22.5. $V(t) = 7\sqrt[7]{t^3} - 5t^6$.

22.6. Найти $y' = \lim\limits_{\Delta\to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ для функции $y = \frac{1}{x^2+1}$.

22.7. $y = \frac{1+\sqrt{x}}{1+\sqrt{2x}}$.

22.8. $y = \frac{1}{4}\operatorname{tg}^4 3x$.

22.9. $y = \frac{3\sin x - \cos x}{x \operatorname{tg} x}$.

22.10. $y = (3^x \arccos x - 3\arccos x)(e^x + 3^x)$.

22.11. $y = \ln\frac{5x-3}{2x+7}$.

22.12. $y = e^{-3x}\sin x$.

22.13. $y = \operatorname{arctg}(\sin e^{\sqrt{5x}})$.

22.14. $y = \frac{xe^x arctgx}{\ln^5 x}$.

22.15. $y = 2^{x^2\sqrt{1+\sqrt{x}}}$.

22.16. $y = \log_3(x^2 - \sin 2^{\sqrt{2x}})$.

22.17. $y = (\sin x)^{x^2}$.

22.18. $y = (2x-5)^3(7x-1)(x-3)^2$.
Найти y'_x от функций, заданных неявно:

22.19. $y = x^2 + \operatorname{arctg} y$.

22.20. $y^2 + 5x = 5^x - \sin y$.

22.21. Найти x'_y от функции $y = \ln\frac{\sqrt[3]{x^2-3x}}{2x+1}$.

22.22. Найти y'_x от функции, заданной параметрически:

$$\begin{cases} x = a(\cos t + \ln \operatorname{tg} 0,5t), \\ y = a \sin t. \end{cases}$$

22.23. Из точки $A(-1; 5)$, не лежащей на параболе $y = x^2 - 3x - 8$, провести касательные к ней.

22.24. Найти приближённое значение $\operatorname{arctg} 1,05$.

22.25. $y = x^2 \cdot e^x$. Найти y'''.

22.26. Функция $y = x^2 + \sqrt[3]{x^2}$ принимает на концах отрезка [-1;1] равные значения. Справедлива ли для этой функции теорема Ролля на отрезке [-1;1]?

Вариант 23

Пользуясь таблицей производных, найти производные следующих функций:

23.1. $S(t) = \frac{5}{6}t^3 + \frac{3}{4}t^2 - \frac{1}{2}t - \frac{3}{5}$.

23.2. $y(x) = \frac{x^3+4x^2+5x+6}{3}$.

23.3. $y(x) = 4\sin 5x + 3\operatorname{tg} 2x$.

23.4. $y(x) = -3e^{4x} - 2\ln 2x$.

23.5. $V(t) = 5\sqrt[5]{t^4} - 5t^4$.

23.6. Найти $y' = \lim\limits_{\Delta \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ для функции $y = x + \operatorname{tg} x$.

23.7. $y = \frac{2}{x^2+1} + \frac{\sqrt[5]{x}}{x}$.

23.8. $y = \frac{\operatorname{tg} 3x}{x+3}$.

23.9. $y = x^2 \arccos x + \frac{1}{\cos x}$.

23.10. $y = \frac{\log_5 x}{5^x}$.

23.11. $y = \operatorname{arctg}^3(3 - x^2)$.

23.12. $y = 6\sqrt[3]{e^{4x}} - 7^{\operatorname{tg} x}$.

23.13. $y = e^{\cos^2 x} - e^{\sin^2 x}$.

23.14. $y = \sqrt[3]{\frac{x-5}{\sqrt[5]{x^2+4}}}$.

23.15. $y = \ln(1+\sin^2 x) - 2\sin(x)\cdot \operatorname{arctg}(\sin x)$.

23.16. $y = \lg^3(\sin(\operatorname{tg}\frac{1}{x}))$.

23.17. $y = (\frac{1}{x})^{\arcsin(x)}$.

23.18. $y = \frac{(2x-1)^3\cdot\sqrt[4]{(4^x)^2-1}}{(2x+1)^3}$.

Найти y'_x от функций, заданных неявно:

23.19. $\sin(xy)+\cos(xy)=0$.

23.20. $e^{xy}-y^2=0$.

23.21. Найти x'_y от функции $y = \operatorname{arctg}\frac{2x}{1-x^2}$.

23.22. Найти y'_x от функции, заданной параметрически:

$$\begin{cases} x = e^{2t}\cdot\cos^2 t, \\ y = e^{2t}\cdot\sin^2 t. \end{cases}$$

23.23. Составить уравнение и нормали к кривой $y=(x+1)\sqrt{3-x}$ в точке A(-1;0).

23.24. Найти приближённое значение $\lg 11$.

23.25. $y = x^2\cdot\ln x$. Найти y'''.

23.26. Проверить справедливость теоремы Ролля для функции $f(x) = x^2-6x+100$, если $a=0,\ b=8$. Найти соответствующее значение c.

Вариант 24

Пользуясь таблицей производных, найти производные следующих функций:

24.1. $S(t) = \frac{5}{2t^2+7t-1}$.

24.2. $y(x) = \frac{x^3+4x^2+5x+6}{3}$.

24.3. $y(x) = -3\operatorname{ctg}2x - 2\cos 4x$.

24.4. $y(x) = -6e^{5x} - 2\ln 5x$.

24.5. $S(t) = \frac{7}{\sqrt[7]{t^3}} + 7t^3$.

24.6. Найти $y' = \lim\limits_{\Delta\to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ для функции $y = \frac{1}{x^2+1}$.

24.7. $y = \sqrt[3]{x^2} - \frac{2}{\sqrt{x}}$.

24.8. $y = \cos x - \frac{1}{3}\cos^3 x$.

24.9. $y = x \arcsin(x) + \operatorname{tg}\sqrt{x}$.

24.10. $y = \frac{\operatorname{tg} x \ln x}{5^x}$.

24.11. $y = \sqrt[3]{x^2 - 6x}$.

24.12. $y = e^{-x} \ln \operatorname{tg} \frac{2}{x}$.

24.13. $y = 7^{\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}}$.

24.14. $y = \sqrt[5]{(1 + xe^{\sqrt{x}})^3}$.

24.15. $y = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} + 0,5\ln(\frac{1-x}{1+x})$.

24.16. $y = \operatorname{tg} \arcsin \ln(1 + 2^{\sqrt{x}})$.

24.17. $y = (\operatorname{arctg} x)^{\sqrt{x^2+1}}$.

24.18. $y = \frac{\sqrt[4]{(6x+5)^3}(4x+7)^2}{(2x+9)^3}$.

Найти y'_x от функций, заданных неявно:

24.19. $x = y + \operatorname{arctg} y$.

24.20. $\ln(y + x^2) + 2\sqrt{y + x^2} = 0$.

24.21. Найти x'_y от функции $y = \operatorname{arctg}^2 \frac{x-1}{x+1}$.

24.22. Найти y'_x от функции, заданной параметрически:

$$\begin{cases} x = \arcsin \frac{t}{\sqrt{1+t^2}}, \\ y = \arccos \frac{1}{\sqrt{1+t^2}}. \end{cases}$$

24.23. Показать, что отрезок касательной к гиперболе $y = \frac{a}{x}$, заключенный между осями координат, делится в точке касания пополам.

24.24. Вычислить приближённо $\sin 60°18'$.

24.25. $y = e^x \sin x$. Найти y''.

24.26. Проверить справедливость теоремы Лагранжа для функции $f(x) = \operatorname{arctg} x$ на отрезке $[0; 1]$. Найти соответствующее значение c.

Вариант 25

Пользуясь таблицей производных, найти производные следующих функций:

25.1. $y(x) = \frac{2}{3}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{6}x - \frac{3}{4}$.

25.2. $y(x) = \frac{4x^3+5x^2-4x-6}{5}$.

25.3. $S(t) = 6\sin 2t - 4\operatorname{tg} 3t$.

25.4. $y(x) = 4e^{3x} + 4\ln 2x$.

25.5. $S(t) = \frac{7}{\sqrt[7]{t^3}} + 7t^3$.

25.6. Найти $y' = \lim\limits_{\Delta\to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ для функции $y = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$.

25.7. $y = \frac{\sqrt{x}-2x}{1+\sqrt[4]{x}}$.

25.8. $y = 2\sin x + \cos^2 3x$.

25.9. $y = \frac{x^2}{\operatorname{arctg} x}$.

25.10. $y = \frac{2^x \cdot \arcsin x - 4}{\sqrt[3]{x^2}}$.

25.11. $y = \ln^3 x$.

25.12. $y = 7^{-x^3} \cdot e^{-5x}$.

25.13. $y = \operatorname{ctg}^2(\operatorname{ctg} x) + 2\operatorname{ctg}(\operatorname{ctg} x)$.

25.14. $y = \ln\cos\operatorname{arctg}\frac{e^x - e^{-5x}}{2}$.

25.15. $y = \frac{x^6}{1+x^{12}} - \operatorname{arctg} x$.

25.16. $y = \frac{\ln 5 \cdot \cos x + \sin x}{5^x}$.

25.17. $y = (\sin 3x)^{\sqrt{x}}$.

25.18. $y = \frac{\sqrt[3]{6x-1}\cdot\sqrt{2x+1}}{(x+1)\sqrt[5]{15x-4}}$.

Найти y'_x от функций, заданных неявно:

25.19. $\ln y + \frac{y}{x} = 0$.

25.20. $y \operatorname{arctg} y - \arcsin x = 0$.

25.21. Найти x'_y от функции $y = 2^{\operatorname{tg} x^2}$.

25.22. Найти y'_x от функции, заданной параметрически:

$$\begin{cases} x = \ln(1+t^2), \\ y = \operatorname{arcctg} t. \end{cases}$$

25.23. Написать уравнения касательной и нормали к гиперболе $y = -\frac{1}{x}$ в точке с абсциссой x=-0,5.

25.24. Найти приближённое значение $\operatorname{arctg} 0{,}97$.

25.25. $y = \frac{1}{6}(e^{3x} + e^{-3x})$. Найти y''.

25.26. Проверить справедливость теоремы Лагранжа для функции $f(x) = \operatorname{arctg} x$ на отрезке $[-0; 1]$. Найти соответствующее значение c.

Вариант 26

Пользуясь таблицей производных, найти производные следующих функций:

26.1. $S(t) = \frac{1}{4}t^3 + \frac{1}{5}t^2 + \frac{4}{5}t + \frac{2}{5}$.

26.2. $y(x) = \frac{4x^3+5x^2-4x-6}{5}$.

26.3. $V(t) = -5\operatorname{tg} 4t - 4\operatorname{ctg} 6t$.

26.4. $y(x) = 4e^{3x} + 4\ln 2x$.

26.5. $S(t) = 6\sqrt[3]{t^2} + 4t^4$.

26.6. Найти $y' = \lim\limits_{\Delta\to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ для функции $y = \frac{1}{x^2+1}$.

26.7. $y = \frac{-x^2+2x+3}{x^3-2}$.

26.8. $y = 3x\sin x + \cos^2 3x$.

26.9. $y = \frac{\arcsin\sqrt{x}}{1-x^2}$.

26.10. $y = (\cos x - 2^x)(e^x + \log_2 x)$.

26.11. $y = 2^{\sin\frac{1}{x}}$.

26.12. $y = \frac{e^{2x}-e^{-2x}}{e^{2x}+e^{-2x}}$.

26.13. $y = \ln^3 \frac{1+\sin 3x}{1-\sin 3x}$.

26.14. $y = \arcsin \ln \operatorname{tg} 9^{\sqrt{x}}$.

26.15. $y = \operatorname{arctg}\sqrt{x^2+1} + \ln(\arccos\frac{1}{x})$.

26.16. $y = \frac{1}{3}(6\cos^2 x + 7)\sin^3 x$.

26.17. $y = (\operatorname{tg} 2x)^{\operatorname{ctg}\frac{x}{2}}$.

26.18. $y = \frac{(3^x+1)^2\sqrt{x}}{(x+1)^3\sqrt{x+2}}$.

Найти y'_x от функций, заданных неявно:

26.19. $y = x + \ln y$.

26.20. $x^4 - 6x^2y^2 + 9y^4 + 15y^2 = 0$.

26.21. Найти x'_y от функции $y = \ln(x^2 - 2x + 2) - 4\operatorname{arctg}(x-1)$.

26.22. Найти y'_x от функции, заданной параметрически:

$$\begin{cases} x = \ln t \cos t, \\ y = t^2 \sin t. \end{cases}$$

26.23. Составить уравнения касательной и нормали к параболе $y = x^2 - 4x + 4$ в точках, ординаты которых равны 1.

26.24. Найти приближённое значение $\operatorname{arctg} 1{,}05$.

26.25. $y = \ln\operatorname{tg} x$. Найти y''.

26.26. Выполняется ли теорема Ролля для функции $f(x) = x^2 - 6x + 100$ на отрезке [1;5]? Найти соответствующие значения c.

Вариант 27

Пользуясь таблицей производных, найти производные следующих функций:

27.1. $V(t) = \frac{1}{6}t^3 + \frac{4}{5}t^2 + \frac{1}{3}t + \frac{1}{2}$.

27.2. $V(t) = \frac{3t^3 - 2t^2 + t + 6}{2}$.

27.3. $y(x) = -3\sin 4x + 6\operatorname{ctg} 2x$.

27.4. $V(t) = 5e^{2t} + 4\ln 3t$.

27.5. $V(t) = 5\sqrt[5]{t^4} - 5t^4$.

27.6. Найти $y' = \lim\limits_{\Delta\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}$ для функции $y = \sin x^2$.

27.7. $y = \frac{x^2+7x+5}{x^2-3x}$.

27.8. $y = \frac{x \sin x}{1+\operatorname{tg} x}$.

27.9. $y = x \sin x \operatorname{arctg} x$.

27.10. $y = (\sqrt[4]{x^3} + \ln x)(e^x - 2\sqrt{x})$.

27.11. $y = \ln \frac{x}{\sqrt[3]{x^3-1}}$.

27.12. $y = \frac{\arccos 2x}{e^{\sqrt{x}}}$.

27.13. $y = \sqrt{e^x - 1} - \operatorname{arctg} \sqrt{e^x - 1}$.

27.14. $y = \frac{1}{\sqrt{x}}(e^{x^2 - \operatorname{arctg} x + 0{,}5 \ln + 1})$.

27.15. $y = 2^{\frac{2\sin^2 x}{\cos 2x}}$.

27.16. $y = \sin(\cos^2(\operatorname{tg}^3 x))$.

27.17. $y = (\ln x)^{\frac{1}{x}}$.

27.18. $y = \frac{(2x-1)^3 \sqrt[4]{4x^2-1}}{(2x+1)^3}$.

Найти y'_x от функций, заданных неявно:

27.19. $y = 1 + xe^y$.

27.20. $x^2 \sin y + y^3 \cos x - 2x - 2y + 1 = 0$.

27.21. Найти x'_y от функции $y = \operatorname{arctg} \frac{e^x - e^{-x}}{2}$.

27.22. Найти y'_x от функции, заданной параметрически:

$$\begin{cases} x = \sqrt[3]{t}, \\ y = \sqrt[4]{t}. \end{cases}$$

27.23. Написать уравнения касательной и нормали к кривой $y = x^3 + 4x^2 - 1$ в точке с абсциссой $x = -1$.

27.24. Вычислить приближённо $\operatorname{tg} 46^\circ$.

27.25. $y = \ln(x + \sqrt{1 + x^2})$. Найти y''.

27.26. Показать, что теорема Лагранжа на отрезке [-2;2] неприменима к функции $f(x) = 1 - \sqrt[5]{x^4}$.

Вариант 28

Пользуясь таблицей производных, найти производные следующих функций:

28.1. $y(x) = \frac{1}{6}x^3 - \frac{5}{6}x^2 + \frac{2}{5}x - \frac{1}{3}$.

28.2. $V(t) = \frac{5t^3-6t^2-2t-1}{1}$.

28.3. $V(t) = 3\sin 2t + 3\operatorname{ctg} 5t$.

28.4. $V(t) = -3e^{2t} + 4\ln 3t$.

28.5. $V(t) = 2\sqrt{t} - \frac{2}{t^6}$.

28.6. Найти $y' = \lim\limits_{\Delta\to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ для функции $y = \sqrt[3]{x}$.

28.7. $y = \frac{\sqrt[3]{x^2}-x}{x+\sqrt[3]{x^2}}$.

28.8. $y = \frac{x^3}{\sin x+\cos x}$.

28.9. $y = \arcsin 3x \cdot \arccos 3x$.

28.10. $y = \frac{e^x \cos x}{1+\ln x}$.

28.11. $y = \operatorname{arctg}(5^{-x})$.

28.12. $y = 3^{2x} \cdot \operatorname{ctg} \ln x$.

28.13. $y = 2\ln \operatorname{tg} \frac{x}{8} + \sec^2 \frac{x}{8}$.

28.14. $y = \arccos \frac{x^{2n}-1}{x^{2n}+1}$.

28.15. $y = \sqrt{1-x^2}\ln\sqrt{\frac{1-x}{1+x}} + 0,5\ln\frac{1-\sqrt{1-x^2}}{1+\sqrt{1+x^2}}$.

28.16. $y = \ln \sin e^{\operatorname{ctg}(\frac{1}{x})}$.

28.17. $y = x^{\sin 2x}$.

28.18. $y = \frac{(x+1)^3\sqrt[4]{x-2}}{\sqrt[5]{(x-3)^2}}$.

Найти y'_x от функций, заданных неявно:

28.19. $\sqrt{x}+\sqrt{y}=x+y$.

28.20. $x^3+\ln y-x^2e^y=0$.

28.21. Найти x'_y от функции $y=2\ln\operatorname{tg}x-\frac{1}{\sin^2 x}$.

28.22. Найти y'_x от функции, заданной параметрически:

$$\begin{cases} x=(\frac{2}{3}\sqrt{\alpha}+1)\alpha, \\ y=\sqrt{\alpha}e^{\sqrt{\alpha}}. \end{cases}$$

28.23. Написать уравнения касательной и нормали к гиперболе $y=\frac{x+1}{x-1}$ в точке $A(2;3)$.

28.24. Найти приближённое значение $\ln\operatorname{tg}45°15'$.

28.25. $y=x\sin 2x$. Найти y'''.

28.26. Выполняется ли справедливость теоремы Ролля для функции $f(x)=\sqrt[3]{8x-x^2}$ на отрезке [0;8]. Найти соответствующие значения c.

Вариант 29

Пользуясь таблицей производных, найти производные следующих функций:

29.1. $V(t)=\frac{4}{5}t^3-\frac{5}{6}t^2+\frac{5}{6}t-\frac{2}{5}$.

29.2. $V(t)=\frac{3t^3-5t^2+2t+3}{6}$.

29.3. $y(x)=5\operatorname{tg}4x-6\sin 4x$.

29.4. $S(t)=-3e^{3t}-3\ln 3t$.

29.5. $V(t)=4\sqrt[4]{t^3}-5t^6$.

29.6. Найти $y'_x=\lim\limits_{\Delta\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}$ для функции $y=x^4+x$.

29.7. $y=\frac{\sqrt[3]{x}-2}{x+\sqrt[3]{x}+2}$.

29.8. $y=\frac{\sin x}{x}+\frac{x}{\sin x}$.

29.9. $y=x\arcsin x$.

29.10. $y=(\ln x-\log_2 x)\sqrt[5]{x^2}$.

29.11. $y=10^{5\sin x}$.

29.12. $y=\frac{\ln(\cos x)}{1+x^2}$.

29.13. $y=\frac{1}{6}\operatorname{arctg}\frac{e^{3x}-e^{-3x}}{2}$.

29.14. $y = \frac{(1-x^2)e^{3x-1}\cos x}{\arccos^3 x}$.

29.15. $y = \ln\frac{x+a}{\sqrt{x^2+b^2}} + \frac{a}{b}\operatorname{arctg}\frac{x}{b}$.

29.16. $y = \ln(\sin\sqrt{\ln\sin\frac{1}{x}})$.

29.17. $y = (\frac{x}{1+x^2})^x$.

29.18. $y = \frac{(-21)^2\sqrt[3]{x+1}}{(x-5)^3}$.

Найти y'_x от функций, заданных неявно:

29.19. $2y\ln y = x$.

29.20. $\sin(y - x^2) + 2\sqrt{y - x^2} - 2 = 0$.

29.21. Найти x'_y от функции $y = \arccos\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$.

29.22. Найти y'_x от функции, заданной параметрически:

$$\begin{cases} x = e^{-t}\sin t, \\ y = e^{t}\cos t. \end{cases}$$

29.23. На синусоиде $y = \sin x$ найти точки, в которых касательная параллельна прямой $x - y + 1 = 0$.

29.24. Найти приближённое значение $\sqrt{15{,}8}$.

29.25. $y = \operatorname{arctg} 3x$. Найти y''.

29.26. Показать, что теорема Лагранжа неприменима к функции $f(x) = \frac{4}{x}$ на отрезке [1;2].

Вариант 30

Пользуясь таблицей производных, найти производные следующих функций:

30.1. $S(t) = \frac{3}{4}t^3 - \frac{1}{4}t^2 + \frac{1}{4}t - \frac{1}{5}$.

30.2. $V(t) = \frac{t^3+6t^2-6t-4}{2}$.

30.3. $S(t) = 2\sin 4t - 6\cos 2t$.

30.4. $S(t) = -5e^{4t} - 4\ln 6t$.

30.5. $S(t) = \frac{3}{t^2-6t+4}$.

30.6. Найти $y' = \lim\limits_{\Delta\to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ для функции $y = \frac{1}{x^3}$.

30.7. $y = \frac{1-x^3+x^2}{\sqrt{x}}$.

30.8. $y = \frac{2\cos x}{3x+\sin x}$.

30.9. $y = \frac{\operatorname{arcctg} x}{x^3+\arcsin x}$.

30.10. $y = 2^{\frac{1}{x}}(\sin^2 x + \sqrt{x})$.

30.11. $y = \frac{e^{2x}-e^{-2x}}{e^{2x}+e^{-2x}}$.

30.12. $y = 2e^{\sqrt{x}}(\sqrt{x} - 1)$.

30.13. $y = x\sqrt{1+x^2} \cdot \sin x$.

30.14. $y = \operatorname{tg}^2(\operatorname{tg} x) + 2\operatorname{tg}(\operatorname{tg} x)$.

30.15. $y = \arccos \frac{x^{2n}-1}{x^{2n}+1}$.

30.16. $y = \log_3 \sin \operatorname{tg} \arccos 3^{x^2}$.

30.17. $y = (x^2-1)^3(x-3)^2\sqrt{\sin x}$.

30.18. $y = (\sin 3x)^{x^2-1}$.
Найти y'_x от функций, заданных неявно:

30.19. $x^4 + y^4 = x^2y^2$.

30.20. $e^x \sin y - e^{-y}\cos x = 0$.

30.21. Найти x'_y от функции $y = \ln(\cos \frac{1}{x})$.

30.22. Найти y'_x от функции, заданной параметрически:

$$\begin{cases} x = \ln(1+t^2), \\ y = t - \operatorname{arctg} t. \end{cases}$$

30.23. Написать уравнения касательной к кривой $y^2 = (4+x)^3$ в точках пересечения с осями Ox и Oy.

30.24. Найти приближённое значение $\operatorname{arctg} 0{,}97$.

30.25. $y = e^{\sin x}$. Найти y''.

30.26. Проверить справедливость теоремы Лагранжа для функции $f(x) = \sqrt{x}$ на отрезке $[1; 4]$. Найти соответствующее значение c.