ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ПО ТЕМЕ

ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИЙ С ПОМОЩЬЮ ПРОИЗВОДНЫХ

Содержание индивидуальных заданий

- в примерах 1 подобрать параметры a и b так, чтобы функция $f(x)$ была непрерывна и дифференцируема в точке $x = x_0$; построить график функции $f(x)$;
- в примерах 2 найти точки экстремума функции;
- в примерах 3 найти точки перегиба функции;
- в примерах 4 найти асимптоты к графику функции;
- в примерах 5 построить график функции с помощью производной и найти точки пересечения графика с осью x с помощью метода половинного деления и метода Ньютона с точностью до 10^{-2}.
- в примерах 6–12 провести полное исследование и построить графики функций.
- в примерах 13 найти кратчайшее расстояние между параболой $y = f_1(x)$ и прямой $y = f_2(x)$

Примерный типовой вариант заданий

0.1. $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \le x_0 \\ ax + b, & x > x_0 \end{cases}, \qquad x_0 = 1.$

0.2. $y = 2x^3 - 4x^2 + 2x - 8$

0.3. $y = x^4 - 6x^3 + 12x^2 + 5x - 1$

0.4. $y = \frac{x^2+5x-6}{x+4}$

0.5. $y = x^3 - 4x + 2.$

0.6. $y = \dfrac{x^3}{(x+1)^2}.$

0.7. $y = \dfrac{9 - x^2}{\sqrt{9x^2 - 1}}.$

0.8. $y = 2x - 3\sqrt[3]{2x^2}.$

0.9. $y = (1-2x)e^{2x-1}$.

0.10. $y = \dfrac{e^x}{x}$.

0.11. $y = 1 - \ln\dfrac{x+1}{x-2}$.

0.12. $y = \dfrac{x}{2} + 2\operatorname{arcctg} x$.

0.13. $y = x^2, \quad y = \frac{4x}{3} - 2$.

Решение примеров типового варианта заданий

0.1. $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \le x_0 \\ ax+b, & x > x_0 \end{cases}, \qquad x_0 = 1.$

Р е ш е н и е: Приравняем в точке $x_0 = 1$ левую и правую производные [1, определение 13.4] функции $f(x)$: $2x_0 = a$. Следовательно, $a = 2$. Для нахождения b приравняем в точке $x_0 = 1$ левый и правый предел [1, определения 6.6 и 6.7] функции $f(x)$: $x_0^2 = 2x_0 + b$. Подставляя значение $x_0 = 1$ и находим $b = -1$. Следовательно,

$f(x) = \begin{cases} x^2, & x \le 1 \\ 2x-1, & x > 1 \end{cases}, \qquad$ (рис. 24)

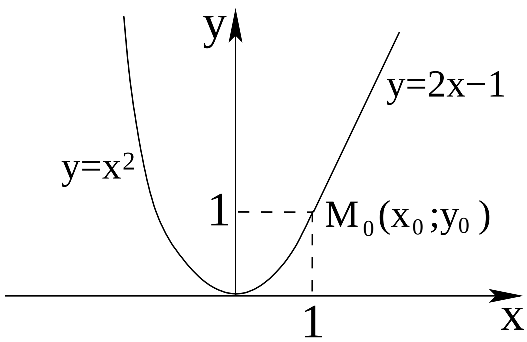

Рис. 24. *К примеру 0.1*

0.2. $y = 2x^3 - 4x^2 + 2x - 8$, [1, теорема 20.4]

Р е ш е н и е: Найдем производную:

$y' = 6x^2 - 8x + 2 = 2(3x^2 - 4x + 1) = 2(x-1)(3x-1)$

Функция возрастает при $x \in (-\infty, 1/3) \cup (1, \infty)$ и убывает при $x \in (1/3, 1)$, $x = \frac{1}{3}$ — точка локального максимума, $x = 1$ — точка локального минимума, $y_{\max}\left(\frac{2}{3}\right) = -\frac{208}{27}$ $y_{\min}(1) = -8$.

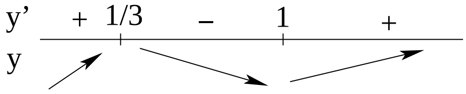

Рис. 25. *К примеру 0.2*

0.3. $y = x^4 - 6x^3 + 12x^2 + 5x - 1$, [1, теорема 21.5].

Р е ш е н и е: Найдем первую и вторую производные функции

$y' = 4x^3 - 18x^2 + 24x + 5$

$y'' = 12x^2 - 36x + 24$

Приравниваем вторую производную нулю и из решения квадратного уравнения находим $x_1 = 1$, $x_2 = 2$. В этих точках вторая производная меняет знак и, следовательно, они являются точками перегиба, $y(1) = 11$, $y(2) = 25$.

0.4. $y = \frac{x^2+5x-6}{x+4}$.

Р е ш е н и е: Вертикальная асимптота [1, определение 22.1]: $x = -4$, $y(-4-0) = +\infty$, $y(-4+0) = -\infty$.

Наклонная асимптота [1, теорема 22.2]:

$k = \lim\limits_{x\to\infty} \left(\frac{x^2+5x-6}{x(x+4)}\right) = 1$,

$b = \lim\limits_{x\to\infty} \left(\frac{x^2+5x-6}{(x+4)} - x\right) = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{x-6}{x+4} = 1$.

$y = x + 1$ - наклонная асимптота при $x \to \infty$.

0.5. $y = x^3 - 4x + 2$.

Р е ш е н и е: Функция определена и дифференцируема на всей числовой оси. Находим производную $y' = 3x^2 - 4$. Приравниваем производную к нулю и находим стационарные точки: $x_1 = -\dfrac{2}{\sqrt{3}} \approx$ $\approx -1,15$, $x_2 = \dfrac{2}{\sqrt{3}} \approx 1,15$, (рис. 26). $y_{\max} = y\left(-\dfrac{2}{\sqrt{3}}\right) \approx 5,08$, $y_{\min} = y\left(\dfrac{2}{\sqrt{3}}\right) \approx$

$\approx -1,08$. Строим график.

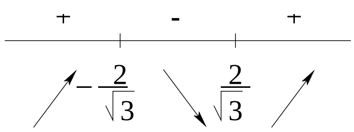

Рис. 26. *К примеру 0.5*

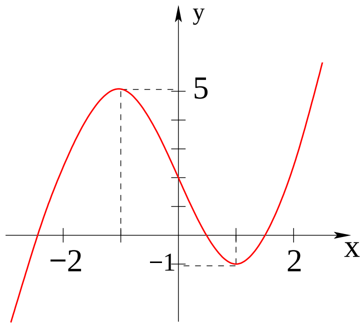

Рис. 27. *График функции* $y = x^3 - 4x + 2$

Обозначим точки пересечения графика с осью x соответственно x_1, x_2 и x_3, при этом $x_1 < -1,15$, $x_2 \in (0;1,15)$ и $x_3 > 1,15$. выбирая точки на каждом из интервалов, уменьшим их до значений: $x_1 \in (-3;-2)$, $x_2 \in (0;1)$ и $x_3 \in (1;2)$. Найдем по методу Ньютона [1, (23.6)] корень $x_1 \in (-3;-2)$. Итак $f(x) = x^3 - 4x + 2$, $f'(x) = 3x^2 - 4$, $f''(x) = 6x$ Определим значения $f(x)$, $f'(x)$ и $f''(x)$ в точках $x = -3$ и $x = -2$: $f(-3) = -13$, $f'(-3) = 23$, $f''(-3) = -18$, $f(-2) = -2$, $f'(-2) = -12$, $f''(-2) = 8$. За начальное приближение возьмём $\xi_0 = -3$, тогда последовательно определяем:

$$\xi_1 = -3 - \frac{13}{23} = -2,4348,$$

$$\xi_2 = -2,4348 - \frac{(-2,4348)^3 + 4 \cdot 2,4348 + 2}{3 \cdot (-2,4348)^2 - 4} = -2,2415,$$

$$\xi_3 = -2,2415 - \frac{(-2,2415)^3 + 4 \cdot 2,2415 + 2}{3 \cdot (-2,2415)^2 - 4} = -2,2151.$$

Оценим точность: $|\xi_3 - x_1| \leqslant \dfrac{18}{2 \cdot 8}(2,2415 - 2,2151)^2 < 10^{-3}$. Следовательно с точностью до 10^{-3} корень: $x_1 = -2,215$. Применяя метод половинного деления [1, п.23.4] уточним корень $x_2 \in (0;1)$. $f(0) = 2 > 0$, $f(1) = -1 < 0$, обозначим приближённое значение корня $\xi_1 = 0,5$, $f(0,5) = 0,125 > 0$, следовательно $\xi_2 \in (0,5;1,0)$. Следующее приближение положим $\xi_2 = 0,75$, $f(0,75) = 0,75^3 - 3 + 2 < 0$ следовательно $\xi_3 \in (0,5;0,75)$. Далее $\xi_3 = 0,625$, $f(0,625) = 0,625^3 - 2,5 + 2 < 0$, следовательно $\xi_4 \in (0,5;0,625)$. $\xi_4 = 0,5625$. Ошибка в определении ξ_4 не превышает $1/16 = 0,0625$. Итак $x_2 \approx 0,5625$. Аналогично уточняется корень x_3.

0.6. $y = \dfrac{x^3}{(x+1)^2}$, [1, п.22.2].

Р е ш е н и е: Область определения функции $D(y) = (-\infty; -1) \cup (-1; \infty)$.

Функция общего вида, непериодическая, точка разрыва $x = -1$, вертикальная асимптота $x = -1$, $y(-1-0) = -\infty$, $y(-1+0) = -\infty$.

Точки пересечения с осями: $y(0) = 0$.

Наклонные асимптоты:

$$k = \lim_{x\to\infty} \frac{y}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^3}{x(x+1)^2} = 1,$$

$$b = \lim_{x\to\infty} (y - kx) = \lim_{x\to\infty} \left(\frac{x^3}{(x+1)^2} - x \right) = \lim_{x\to\infty} \frac{-2x^2 - x}{(x+1)^2} = -2.$$

$y = x - 2$ — наклонная асимптота при $x \to \pm\infty$.

Найдем производную:

$$y' = \left(\frac{x^3}{(x+1)^2} \right)' = \frac{3x^2(x+1)^2 - 2(x+1)x^3}{(x+1)^4} = \frac{x^2(x+3)}{(x+1)^3}.$$

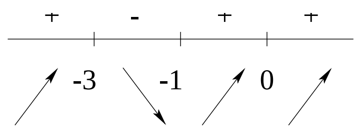

Рис. 28. *К примеру 0.6*

Функция возрастает при $x \in (-\infty; -3) \cup (-1; +\infty)$ и убывает при $x \in (-3; -1)$. $x = -3$ — точка максимума, $y_{\max} = -\dfrac{27}{4}$, (рис. 28).

Найдем вторую производную

$$y'' = \left(\frac{x^2(x+3)}{(x+1)^3} \right)' = \frac{6x}{(x+1)^4}$$

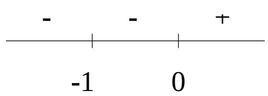

Рис. 29. *К примеру 0.6*

График выпуклый при $x \in (-\infty; -1) \cup (-1; 0)$, график вогнутый при $x \in (0; +\infty)$, $x = 0$ — точка перегиба графика, рис. 29, $y(0) = 0$, рис. 30.

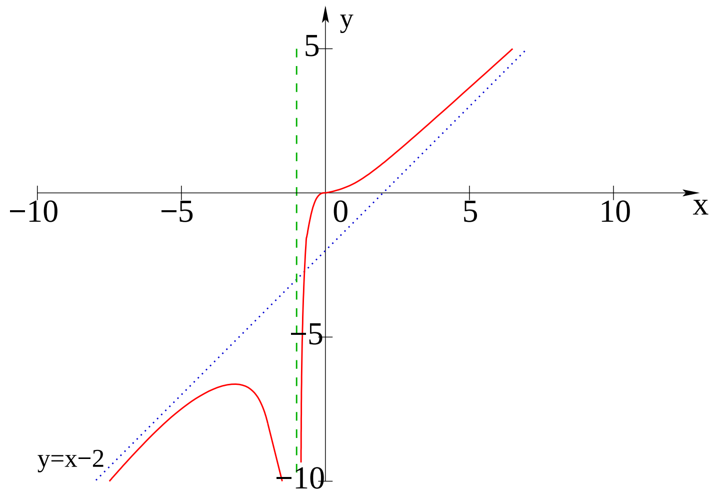

Рис. 30. *График функции* $y = \frac{x^3}{(x+1)^2}$

0.7. $y = \dfrac{9 - x^2}{\sqrt{9x^2 - 1}}$, [1, п.22.2].

Р е ш е н и е: Область определения функции $D(y) = (-\infty; -1/3) \cup (1/3; \infty)$.

Функция чётная, непериодическая, точки разрыва $x = -1/3$, и $x = 1/3$, вертикальные асимптоты $x = -1/3$, $y(-1/3) = +\infty$, $x = \frac{1}{3}$, $y(1/3) = +\infty$.

Точки пересечения с осями: $y(-3) = 0$, $y(3) = 0$.

Наклонные асимптоты:

$$k = \lim_{x\to+\infty} \frac{9 - x^2}{x\sqrt{9x^2 - 1}} = -\frac{1}{3},$$

$$b = \lim_{x\to+\infty} \left(\frac{9 - x^2}{\sqrt{9x^2 - 1}} + \frac{x}{3} \right) = \lim_{x\to+\infty} \frac{27 - 3x^2 + x\sqrt{9x^2 - 1}}{3\sqrt{9x^2 - 1}} = 0.$$

$y = -x/3$ — наклонная асимптота при $x \to +\infty$, так как функция чётная, то $y = x/3$ — наклонная асимптота при $x \to -\infty$.

Найдем производную:

$$y' = \left(\frac{9 - x^2}{\sqrt{9x^2 - 1}} \right)' = \frac{-2\sqrt{9x^2 - 1} - (9 - x^2)\dfrac{18x}{2\sqrt{9x^2 - 1}}}{9x^2 - 1} = -\frac{x(9x^2 + 79)}{\sqrt{(9x^2 - 1)^3}}.$$

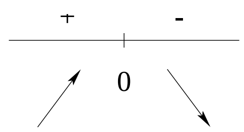

Рис. 31. *К примеру 0.7*

Функция возрастает при $x \in (-\infty; -1/3)$ и убывает при $x \in (1/3; +\infty)$, экстремумов нет. (рис. 31)

Найдем вторую производную

$$y'' = \left(-\frac{x(9x^2+79)}{\sqrt{(9x^2-1)^3}}\right)' = \frac{1449x^2+79}{\sqrt{(9x^2-1)^5}} > 0.$$

График вогнутый при $x \in (-\infty; -1/3) \cup (1/3; +\infty)$, точек перегиба нет. (рис. 32)

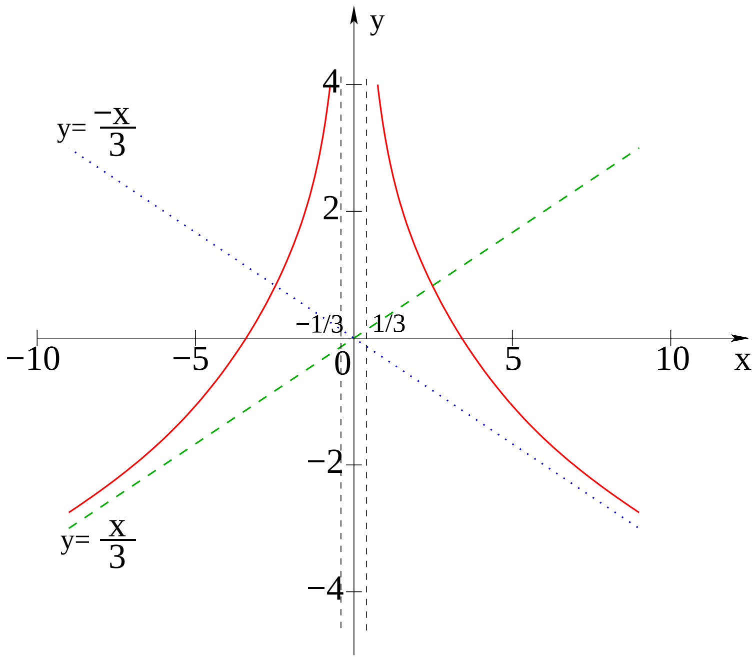

Рис. 32. *График функции* $y = \frac{9-x^2}{\sqrt{9x^2-1}}$

0.8. $y = 2x - 3\sqrt[3]{2x^2}$, [1, п.22.2].

Решение: Функция определена и непрерывна для всех значений x.

Функция общего вида, непериодическая, вертикальных асимптот нет.

Точки пересечения с осями: $2x - 3\sqrt[3]{2x^2} = 0$, $0,8x^3 - 27x^2 = 0$, $x_1 = x_2 = 0$, $x_3 = \frac{27}{8}$.

Наклонные асимптоты:

$$k = \lim_{x\to\infty} \frac{y}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{2x - 3\sqrt[3]{x^2}}{x} = 2,$$

$$b = \lim_{x\to\infty}(y - kx) = \lim_{x\to\infty}(2x - 3\sqrt[3]{x^2} - 2x) = \lim_{x\to\infty}(-3\sqrt[3]{x^2}) = -\infty.$$

Так как для b не существует конечного предела, то график функции наклонных асимптот не имеет.

Найдем производную:

$$y' = (2x - 3\sqrt[3]{2x^2})' = 2 - \frac{2}{\sqrt[3]{x}},\ 2 - \frac{2}{\sqrt[3]{x}} = 0,\ \frac{2(\sqrt[3]{x} - 1)}{\sqrt[3]{x}} = 0.$$

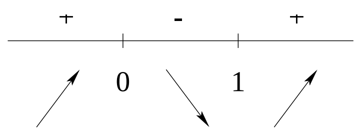

Рис. 33. *К примеру 0.8*

Функция возрастает при $x \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$ и убывает при $x \in (0; 1)$, рис. 33. $x = 0$ — точка максимума, $y_{\max} = 0$, $x = 1$ — точка минимума, $y_{\min} = -1$. Так как при $x \to 0$ $y' \to \infty$, то в начале координат график имеет вертикальную касательную.

Найдем вторую производную $y'' = \left(2 - \dfrac{2}{\sqrt[3]{x}}\right)' = \dfrac{2}{3x^{\frac{4}{3}}}$.

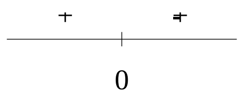

Рис. 34. *К примеру 0.8*

График вогнутый при $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$, точек перегиба нет. (рис. 34)

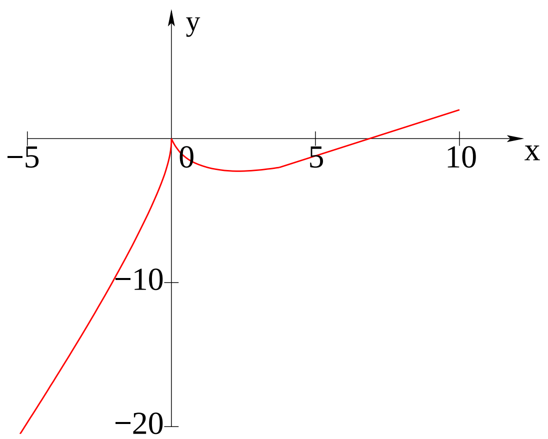

Рис. 35. *График функции $y = 2x - 3\sqrt[3]{2x^2}$*

0.9. $y = (1-2x)e^{2x-1}$, [1, п.22.2].

Р е ш е н и е: Область определения функции $D(y) = (-\infty; +\infty)$.

Функция общего вида, непериодическая, точек разрыва нет, вертикальных асимптот нет.

Точки пересечения с осями: $y(0) = e^{-1} \approx 0,368$, $y(1/2) = 0$.

Наклонные асимптоты: $k = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{y}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{(1-2x)e^{2x-1}}{x} = \infty$,

$k = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{(1-2x)e^{2x-1}}{x} = 0$,

$b = \lim\limits_{x\to-\infty}(y-kx) = \lim\limits_{x\to-\infty}((1-2x)e^{2x-1}) = 0$.

$y = 0$ — горизонтальная асимптота при $x \to -\infty$.

Найдем производную: $y' = ((1-2x)e^{2x-1})' = -4xe^{2x-1}$.

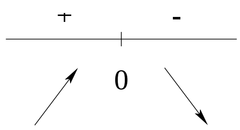

Рис. 36. *К примеру 0.9*

Функция возрастает при $x \in (-\infty; 0)$ и убывает при $x \in (0; +\infty)$ (рис. 36). $x = 0$ — точка максимума, $y_{\max} = e^{-1} \approx 0,368$.

Найдем вторую производную $y'' = (-4xe^{2x-1})' = -4e^{2x-1}(2x+1)$.

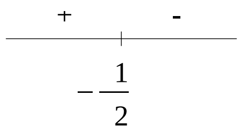

Рис. 37. *К примеру 0.9*

График вогнутый при $x \in (-\infty; -1/2)$, график выпуклый при $x \in (-1/2; +\infty)$, рис. 37, $x = -1/2$ — точка перегиба графика, $y(-1/2) = 2e^{-2} \approx 0,271$ (рис. 38).

0.10. $y = \dfrac{e^x}{x}$, [1, п.22.2].

Р е ш е н и е: Область определения функции $D(y) = (-\infty; 0) \cup (0; \infty)$.

Функция общего вида, непериодическая, точка разрыва $x = 0$, вертикальная асимптота $x = 0$, $y(0-0) = -\infty$, $y(0+0) = +\infty$.

Точек пересечения с осями нет.

Наклонные асимптоты:

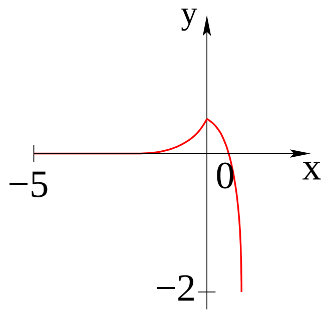

Рис. 38. *График функции* $y = (1-2x)e^{2x-1}$

$k = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x^2} = \infty,$
$k = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{e^x}{x^2} = 0,$
$b = \lim\limits_{x\to-\infty} \left(\dfrac{e^x}{x}\right) = 0.$
$y = 0$ — горизонтальная асимптота при $x \to -\infty$.
Найдем производную:
$y' = (\dfrac{e^x}{x})' = e^x \left(\dfrac{x-1}{x^2}\right).$

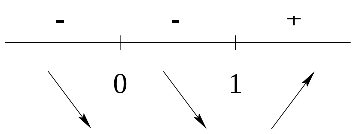

Рис. 39. *К примеру 0.10*

Функция убывает при $x \in (-\infty; 0) \cup (0; 1)$ и возрастает при $x \in (1; +\infty)$ (рис. 39). $x = 1$ — точка минимума, $y_{\min} = e = 2,718$.
Найдем вторую производную
$y'' = \left(e^x \left(\dfrac{x-1}{x^2}\right)\right)' = e^x \dfrac{x^2-2x+2}{x^3}.$

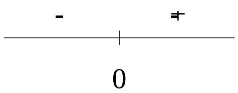

Рис. 40. *К примеру 0.10*

График выпуклый при $x \in (-\infty; 0)$, график вогнутый при $x \in (0; +\infty)$, рис. 40, точек перегиба нет (рис.41).

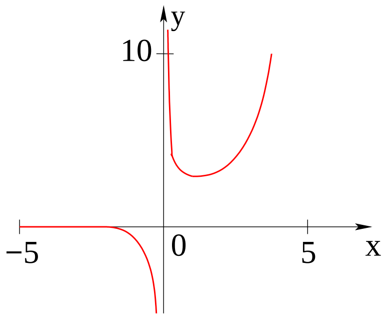

Рис. 41. *График функции* $\frac{e^x}{x}$

0.11. $y = 1 - \ln\dfrac{x+1}{x-2}$, [1, п.22.2].

Р е ш е н и е: Область определения функции $D(y) = (-\infty; -1) \cup \cup (2; \infty)$.

Функция общего вида, непериодическая. Точки пересечения с осями: $x = \dfrac{2e+1}{e-1} \approx 3,75$

Вертикальные асимптоты $x = -1$, $y(-1-0) = \infty$, $x = 2$, $y(2+0) = = -\infty$.

Наклонные асимптоты:

$$k = \lim_{x\to\infty} \frac{y}{x} = \lim_{x\to\infty} \left(\frac{1}{x} - \frac{\ln\frac{x+1}{x-2}}{x} \right) = 0,$$

$$b = \lim_{x\to\infty} (y - kx) = \lim_{x\to\infty} \left(1 - \ln\frac{x+1}{x-2} \right) = 1.$$

$y = 1$ — горизонтальная асимптота при $x \to \infty$.

$$k = \lim_{x\to-\infty} \frac{y}{x} = \lim_{x\to-\infty} \left(\frac{1}{x} - \frac{\ln\frac{x+1}{x-2}}{x} \right) = 0,$$

$$b = \lim_{x\to-\infty} (y - kx) = \lim_{x\to-\infty} \left(1 - \ln\frac{x+1}{x-2} \right) = 1.$$

$y = 1$ — горизонтальная асимптота при $x \to -\infty$.

Найдем производную функции:

$$y' = \left(1 - \ln\frac{x+1}{x-2} \right)' = \frac{3}{(x+1)(x-2)}.$$

Функция возрастает при всех x из области допустимых значений.

Найдем вторую производную:

$$y'' = \left(\frac{3}{(x+1)(x-2)}\right)' = -\frac{3(2x-1)}{(x+1)^2(x-2)^2}.$$

График вогнутый при $x \in (-\infty; -1)$, график выпуклый при $x \in (2; +\infty)$, точек перегиба графика нет.

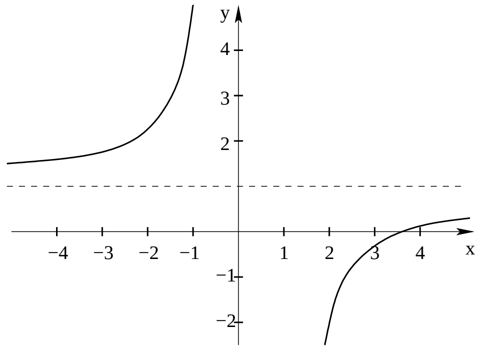

Рис. 42. *График функции* $y = 1 - \ln\frac{x+1}{x-2}$

0.12. $y = \dfrac{x}{2} + \operatorname{arcctg} x$, [1, п.22.2].

Р е ш е н и е: Функция определена и дифференцируема на всей числовой оси. Функция общего вида, непериодическая. Точки пересечения с осями: $y(0) = \pi$.

Наклонные асимптоты:

$$k = \lim_{x\to\infty}\frac{y}{x} = \lim_{x\to\infty}\left(\frac{1}{2} + \frac{2\operatorname{arcctg} x}{x}\right) = \frac{1}{2},$$

$$b = \lim_{x\to\infty}(y - kx) = \lim_{x\to\infty}\left(\frac{x}{2} + 2\operatorname{arctg} x - \frac{x}{2}\right) = 0.$$

$y = \dfrac{x}{2}$ — наклонная асимптота при $x \to \infty$.

$$k = \lim_{x\to-\infty}\frac{y}{x} = \lim_{x\to-\infty}\left(\frac{1}{2} + \frac{2\operatorname{arcctg} x}{x}\right) = \frac{1}{2},$$

$$b = \lim_{x\to-\infty}(y - kx) = \lim_{x\to-\infty}\left(\frac{x}{2} + 2\operatorname{arctg} x - \frac{x}{2}\right) = 2\pi.$$

$y = \dfrac{x}{2} + 2\pi$ — наклонная асимптота при $x \to -\infty$.

Найдем производную:

$$y' = \left(\frac{x}{2} + 2\operatorname{arctg} x\right)' = \frac{1}{2} - \frac{2}{x^2+1} = \frac{x^2-3}{2(x^2+1)}.$$

Функция возрастает при $x \in (-\infty; -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; +\infty)$ и убывает при $x \in (-\sqrt{3}; \sqrt{3})$.

$x = -\sqrt{3}$ — точка максимума, $y_{\max} = -\frac{\sqrt{3}}{2} + 2\,\mathrm{arcctg}(-\sqrt{3}) =$
$= -\frac{-\sqrt{3}}{2} + \frac{5\pi}{3} \approx 4,37$.

$x = \sqrt{3}$ — точка минимума, $y_{\min} = \frac{\sqrt{3}}{2} + 2\,\mathrm{arcctg}(\sqrt{3}) = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{3} \approx$
$\approx 1,91$.

Найдем вторую производную:

$$y'' = \left(\frac{x^2 - 3}{2(x^2+1)}\right)' = \frac{4x}{(x^2+1)^2}.$$

График выпуклый при $x \in (-\infty; 0)$, график вогнутый при $x \in (0; +\infty)$, $x = 0$ — точка перегиба графика, $y(0) = \pi$.

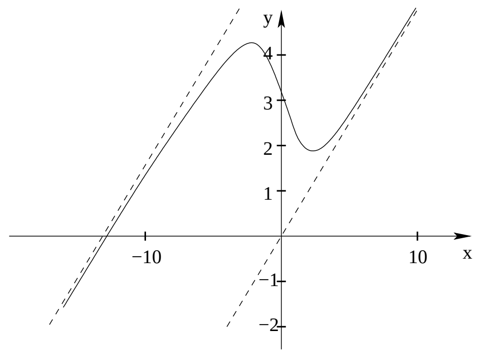

Рис. 43. *График функции* $y = \frac{\pi}{2} + \mathrm{arctg}\, x$

0.13. Найти кратчайшее расстояние между параболой $y = x^2$ и прямой $y = \frac{4x}{3} - 2$, [1, п.22.3].

Р е ш е н и е: На параболе возьмём точку M и проведем прямую MN параллельно оси Ox до пересечения с прямой $y = \frac{4x}{3} - 2$ (рис. 44).

Расстояние между точками M и N равно $|MN| = x_0 - x$. Из равенства $y_0 = \frac{4x}{3} - 2$ находим $x_0 = \frac{3(y_0+2)}{4}$, а так как $y = y_0 = x^2$, то $x_0 = \frac{3(x^2+2)}{4}$. Следовательно, $|MN| = \frac{3(x^2+2)}{4} - x = \frac{(3x^2-4x+6)}{4}$. Обозначим это расстояние $\delta(x) = \frac{(3x^2-4x+6)}{4}$. Найдем производную $\delta'(x) =$ $= \frac{6x-4}{4}$. При $x = 2/3$ имеем минимум, $\delta(2/3) = 7/6$. Опустим из точки M перпендикуляр на прямую $\frac{4x}{3} - 2$. Искомое расстояние $|MA| =$ $= |MN| \sin\alpha$, $\sin\alpha$ найдем из треугольника PQC: $\sin\alpha = 4/5$. Окончательно имеем $|MA| = 14/15$ (рис.45).

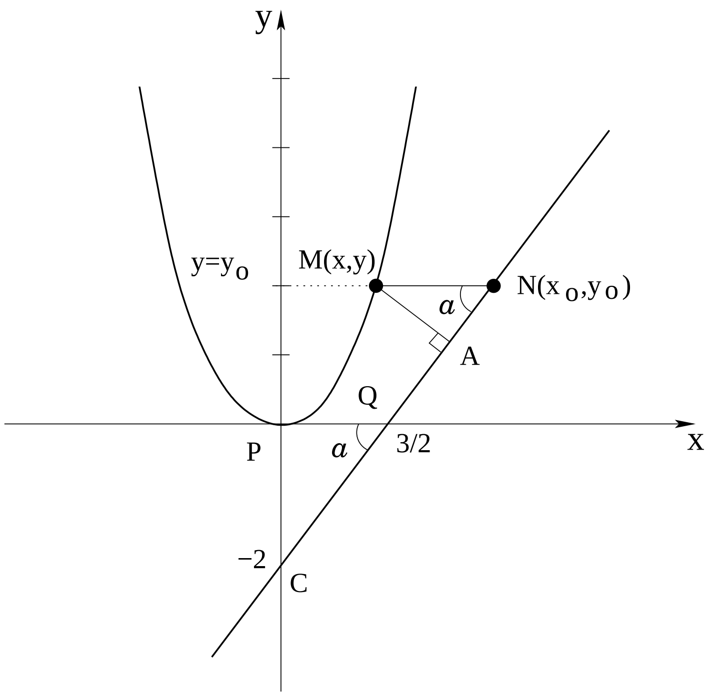

Рис. 44. *К примеру 0.13*

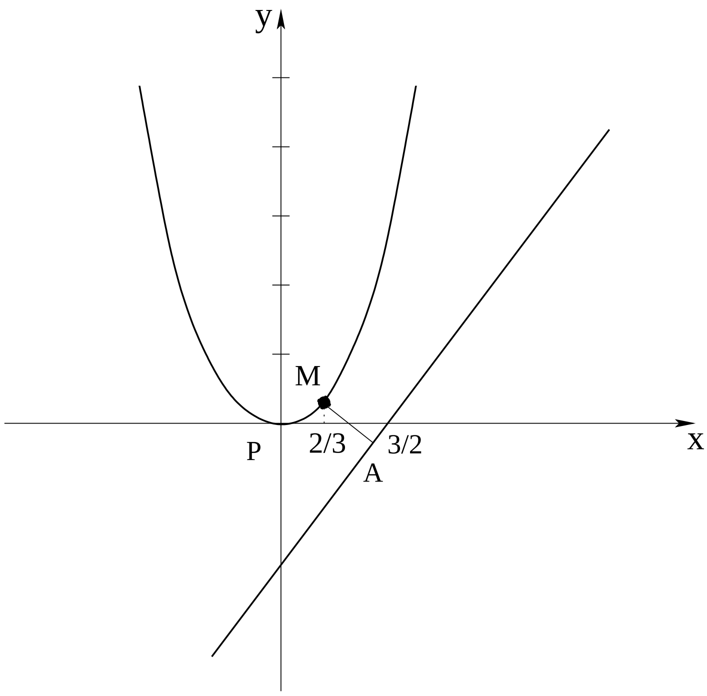

Рис. 45. *К примеру 0.13*

Варианты заданий

Вариант 1

1.1. $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x, & x \leq x_0 \\ ax + b, & x > x_0 \end{cases}, x_0 = 2$

1.2. $y = 2x^3 - 7x^2 + 4x - 8$

1.3. $y = 3x^4 - 32x^3 + 30x^2 + x - 11$

1.4. $y = \dfrac{2x^2 + 3}{x^2 + 5x - 6}$

1.5. $y = x^3 - 12x + 2$

1.6. $y = \dfrac{2 \cdot x^2 - x + 1}{x - 1}$

1.7. $y = \dfrac{9 - 10 \cdot x^2}{\sqrt{4 \cdot x^2 - 1}}$

1.8. $y = \sqrt[3]{x^2 \cdot (x + 3)}$

1.9. $y = (x - 2) \cdot e^{3-x}$

1.10. $y = \dfrac{e^{1-x}}{1 - x}$

1.11. $y = \ln\left(\dfrac{x}{x - 1}\right) - 2$

1.12. $y = x + \operatorname{arctg} x$

1.13. $f_1(x) = x^2, \quad f_2(x) = 3x - 4$

Вариант 2

2.1. $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 4x, & x \leq x_0 \\ ax + b, & x > x_0 \end{cases}, x_0 = -1$

2.2. $y = 4x^3 - 9x^2 + 6x - 2$

2.3. $y = 3x^4 - 14x^3 + 12x^2 + 2x - 5$

2.4. $y = \dfrac{x^3 + 3}{x^2 + x}$

2.5. $y = x^3 - 27x + 3$

2.6. $y = \dfrac{2 - 4 \cdot x^2}{1 - 4 \cdot x^2}$

2.7. $y = \dfrac{x^2 + 1}{\sqrt{4 \cdot x^2 - 3}}$

2.8. $y = \sqrt[3]{x^3 - 3x)}$

2.9. $y = \dfrac{1}{3} \cdot (x - 1) \cdot e^{3x+1}$

2.10. $y = \dfrac{e^{x-1}}{x-1}$

2.11. $y = \ln\left(\dfrac{2x}{x-1}\right)$

2.12. $y = x + \operatorname{arcctg} x$

2.13. $f_1(x) = x^2 + 2x, \quad f_2(x) = 4x - 5$

Вариант 3

3.1. $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 1, & x \le x_0 \\ ax + b, & x > x_0 \end{cases}, x_0 = 1$

3.2. $y = x^3 + 6x^2 + 9x - 2$

3.3. $y = x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 2x - 1$

3.4. $y = \dfrac{2x^3 + 3}{x^2 + 5}$

3.5. $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1$

3.6. $y = \dfrac{x^2 - x - 6}{x - 2}$

3.7. $y = \dfrac{2 - x^2}{\sqrt{9 \cdot x^2 - 4}}$

3.8. $y = \sqrt[3]{8x(x+2) + 2)}$

3.9. $y = (3 - x)e^{x-2}$

3.10. $y = \dfrac{e^{1-x}}{x-1}$

3.11. $y = \ln\left(\dfrac{x}{x-1}\right) + 2$

3.12. $y = x - \operatorname{arctg} x$

3.13. $f_1(x) = x^2, \quad f_2(x) = 3x - 3$

Вариант 4

4.1. $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x - 1, & x \le x_0 \\ ax + b, & x > x_0 \end{cases}, x_0 = -1$

4.2. $y = 8x^3 + 27x^2 + 12x - 12$

4.3. $y = x^4 + 8x^3 + 18x^2 + x - 15$

4.4. $y = \dfrac{x^2 + 3}{x + 1}$

4.5. $y = 2x^3 + 9x^2 - 21$

4.6. $y = \dfrac{2x^2 + x + 1}{x - 1}$

4.7. $y = \dfrac{x^2 - 3}{\sqrt{3 \cdot x^2 - 2}}$

4.8. $y = \sqrt[3]{1 - x^3}$

4.9. $y = \dfrac{1}{2}(x-1)e^{2x-1}$

4.10. $y = \dfrac{e^{1-x}}{2-x}$

4.11. $y = 3\ln\left(\dfrac{x}{x-1}\right)$

4.12. $y = x - \operatorname{arcctg} x$

4.13. $f_1(x) = x^2, \quad f_2(x) = 2x - 4$

Вариант 5

5.1. $f(x) = \begin{cases} -x^2 + x, & x \le x_0 \\ ax + b, & x > x_0 \end{cases}, x_0 = 2$

5.2. $y = 8x^3 + 33x^2 + 36x - 5$

5.3. $y = 2x^4 + 9x^3 + 6x^2 + 2x - 9$

5.4. $y = \dfrac{5x^2 + 3}{x^2 + x - 6}$

5.5. $y = 2x^3 + 9x^2 - 10$

5.6. $y = \dfrac{x^3}{x^2 - 4}$

5.7. $y = \dfrac{x^2 + 16}{\sqrt{9 \cdot x^2 - 8}}$

5.8. $y = x \cdot \sqrt{1 - x}$

5.9. $y = (2 - x)e^{3-x}$

5.10. $y = \dfrac{e^{2-x}}{x-2}$

5.11. $y = \ln\left(\dfrac{3x}{x-1}\right)$

5.12. $y = -x + \operatorname{arctg} x$

5.13. $f_1(x) = x^2 + 1, \quad f_2(x) = 2x - 1$

Вариант 6

6.1. $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x, & x \le x_0 \\ ax + b, & x > x_0 \end{cases}, x_0 = -2$

6.2. $y = x^3 - 8x^2 + 5x - 5$

6.3. $y = 2x^4 + 11x^3 + 18x^2 + 2x - 3$

6.4. $y = \dfrac{4x^3+3}{x^2+1}$

6.5. $y = x^3 - 12x - 5$

6.6. $y = \dfrac{x^4}{(x+1)^3}$

6.7. $y = \dfrac{2x^2-1}{\sqrt{x^2-2}}$

6.8. $y = \sqrt[3]{x\cdot(x^2-3)}$

6.9. $y = \dfrac{1}{3}(1-x)e^{3x+1}$

6.10. $y = \dfrac{e^{x-2}}{2-x}$

6.11. $y = \ln\left(\dfrac{2x}{x-1}\right) - 1$

6.12. $y = -x + \operatorname{arcctg} x$

6.13. $f_1(x) = 2x^2, \quad f_2(x) = 2x - 1$

Вариант 7

7.1. $f(x) = \begin{cases} 2-x^2, & x \le x_0 \\ ax+b, & x > x_0 \end{cases}, x_0 = 2$

7.2. $y = 2x^3 - 7x^2 + 4x + 22$

7.3. $y = 3x^4 - 32x^3 + 30x^2 + 9x - 7$

7.4. $y = \dfrac{3x^2+3}{x^2+5x}$

7.5. $y = 2x^3 + 9x^2 - 4$

7.6. $y = \dfrac{x^3+4}{x^2}$

7.7. $y = \dfrac{3x^2-10}{\sqrt{4x^2-1}}$

7.8. $y = \sqrt[3]{(x^2-1)^2}$

7.9. $y = (1-x)e^{2x+1}$

7.10. $y = \dfrac{e^{3-x}}{3-x}$

7.11. $y = \ln\left(\dfrac{3x}{x-1}\right) + 1$

7.12. $y = 2x + \operatorname{arctg} x$

7.13. $f_1(x) = x^2 + 2x, \quad f_2(x) = 2x - 4$

Вариант 8

8.1. $f(x) = \begin{cases} -x^2+5x, & x \le x_0 \\ ax+b, & x > x_0 \end{cases}, x_0 = -1$

8.2. $y = 4x^3 - 9x^2 + 6x + 9$

8.3. $y = 3x^4 - 14x^3 + 12x^2 + 10x - 7$

8.4. $y = \dfrac{x^2 + 3x + 1}{x + 4}$

8.5. $y = x^3 - 12x + 6$

8.6. $y = \dfrac{x^2}{x - 1}$

8.7. $y = \dfrac{2x^2 - 9}{\sqrt{x^2 - 1}}$

8.8. $y = (x + 1)\sqrt{-3x}$

8.9. $y = (x + 2)e^{1-x}$

8.10. $y = \dfrac{e^{1-x}}{3 - x}$

8.11. $y = 2 - \ln\left(\dfrac{x}{x - 1}\right)$

8.12. $y = 2x + \operatorname{arcctg}(x)$

8.13. $f_1(x) = x^2, \quad f_2(x) = 2x - 2$

Вариант 9

9.1. $f(x) = \begin{cases} 1 - x - x^2, & x \le x_0 \\ ax + b, & x > x_0 \end{cases}, x_0 = 1$

9.2. $y = 4x^3 + 3x^2 - 6x - 8$

9.3. $y = x^4 + 5x^3 + 6x^2 + x - 11$

9.4. $y = \dfrac{5x^2 + 2x + 1}{x - 1}$

9.5. $y = 2x^3 - 6x^2 + 5$

9.6. $y = \dfrac{x^2 - 3}{x + 2}$

9.7. $y = \dfrac{-x^2 - 8}{\sqrt{x^2 - 4}}$

9.8. $y = \sqrt[3]{1 - x^2}$

9.9. $y = (1 - x)e^{2x+1}$

9.10. $y = \dfrac{e^{x-1}}{2 - x}$

9.11. $y = 2 - \ln\left(\dfrac{3x}{x - 1}\right)$

9.12. $y = 2x - \operatorname{arctg} x$

9.13. $f_1(x) = x^2 + 2x, \quad f_2(x) = 2x - 3$

Вариант 10

10.1. $f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 2, & x \le x_0 \\ ax + b, & x > x_0 \end{cases}, x_0 = 3$

10.2. $y = 4x^3 + 15x^2 + 12x - 2$

10.3. $y = x^4 + x^3 - 3x^2 + 52x - 5$

10.4. $y = \dfrac{2x^3 + 4x^2}{x^2 + x}$

10.5. $y = x^3 - 3x^2 - 24x - 8$

10.6. $y = \dfrac{x^2 + 4}{x^2 - 4}$

10.7. $y = \dfrac{10x^2 - 9}{\sqrt{4x^2 - 1}}$

10.8. $y = x \cdot \sqrt{1 - x^2}$

10.9. $y = (x - 3)e^{2-x}$

10.10. $y = \dfrac{e^{x-3}}{x - 3}$

10.11. $y = 1 - \ln\left(\dfrac{2x}{x - 1}\right)$

10.12. $y = 2x + \operatorname{arcctg} x$

10.13. $f_1(x) = x^2, \quad f_2(x) = 5x - 7$

Вариант 11

11.1. $f(x) = \begin{cases} x^2 - 5x, & x \le x_0 \\ ax + b, & x > x_0 \end{cases}, x_0 = 2$

11.2. $y = 2x^3 - 7x^2 + 4x - 4$

11.3. $y = 3x^4 - 32x^3 + 30x^2 + 7x - 2$

11.4. $y = \dfrac{3x^2 + 1}{x^2 + 5x - 6}$

11.5. $y = x^3 - 3x^2 - 24x + 8$

11.6. $y = \dfrac{(x - 1)^2}{x^2 + 1}$

11.7. $y = \dfrac{x^2 - 3}{\sqrt{4x^2 - 3}}$

11.8. $y = \sqrt[3]{x^2 \cdot (x + 2)}$

11.9. $y = \dfrac{1}{3}(x + 2)e^{3-x}$

11.10. $y = \dfrac{e^{-x}}{1 - x}$

11.11. $y = \ln\left(\dfrac{x + 1}{x - 1}\right) - 1$

11.12. $y = x + 2 \operatorname{arctg} x$

11.13. $f_1(x) = x^2 + 1, \quad f_2(x) = 2x - 4$

Вариант 12

12.1. $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 4x, & x \leq x_0 \\ ax + b, & x > x_0 \end{cases}, x_0 = -1$

12.2. $y = 4x^3 - 9x^2 + 6x - 4$

12.3. $y = 3x^4 - 14x^3 + 12x^2 + 21x - 5$

12.4. $y = \dfrac{4x^3 + 3}{x^2 + x}$

12.5. $y = x^3 + 3x^2 - 9x - 10$

12.6. $y = \dfrac{x^2 + 2x + 4}{x + 2}$

12.7. $y = \dfrac{x^2 - 5}{\sqrt{9x^2 - 8}}$

12.8. $y = (x - 3) \cdot \sqrt{x}$

12.9. $y = (4 - x)e^{x-3}$

12.10. $y = \dfrac{e^x}{x - 1}$

12.11. $y = \ln\left(\dfrac{x - 1}{x + 1}\right) + 1$

12.12. $y = x + 2\,\mathrm{arcctg}\, x$

12.13. $f_1(x) = x^2 - 2x, \quad f_2(x) = x - 5$

Вариант 13

13.1. $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 1, & x \leq x_0 \\ ax + b, & x > x_0 \end{cases}, x_0 = 1$

13.2. $y = x^3 + 6x^2 + 9x - 2$

13.3. $y = x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 5x - 6$

13.4. $y = \dfrac{2x^3 + x + 3}{x^2 + 3}$

13.5. $y = x^3 + 6x^2 - 15x - 10$

13.6. $y = \dfrac{x^2 - 2x}{x - 1}$

13.7. $y = \dfrac{-x^2 - 3}{\sqrt{4x^2 - 3}}$

13.8. $y = \sqrt[3]{(x + 2)^2} - 1$

13.9. $y = (3x + 1)e^{1-3x}$

13.10. $y = xe^{1/x}$

13.11. $y = 2\ln\left(\dfrac{x - 1}{x + 1}\right)$

13.12. $y = x + \operatorname{arctg}(2x)$

13.13. $f_1(x) = x^2 + 1, \quad f_2(x) = 3x - 2$

Вариант 14

14.1. $f(x) = \begin{cases} x^2 + x - 1, & x \le x_0 \\ ax + b, & x > x_0 \end{cases}, x_0 = 1$

14.2. $y = 8x^3 + 27x^2 + 12x - 1$

14.3. $y = x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 3x - 1$

14.4. $y = \dfrac{4x^2 + 3}{x + 4}$

14.5. $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 4$

14.6. $y = \dfrac{x^3 + 1}{x^2}$

14.7. $y = \dfrac{2x^2 - 7}{\sqrt{3x^2 - 2}}$

14.8. $y = \sqrt[3]{x^2} - x$

14.9. $y = (2x + 1)e^{1-x}$

14.10. $y = (x - 1)e^{\frac{1}{x-1}}$

14.11. $y = \ln\left(\dfrac{x - 1}{x - 2}\right)$

14.12. $y = x + \operatorname{arcctg}(2x)$

14.13. $f_1(x) = x^2 - 1, \quad f_2(x) = x - 2$

Вариант 15

15.1. $f(x) = \begin{cases} -x^2 + x, & x \le x_0 \\ ax + b, & x > x_0 \end{cases}, x_0 = 2$

15.2. $y = 8x^3 + 33x^2 + 36x - 5$

15.3. $y = 2x^4 + 9x^3 + 6x^2 + 4x - 23$

15.4. $y = \dfrac{3x^2 + 2}{x^2 + x - 6}$

15.5. $y = x^3 - 6x^2 - 15x + 5$

15.6. $y = \dfrac{1}{x^2 \cdot (x - 1)}$

15.7. $y = \dfrac{x^2 - 1}{\sqrt{4x^2 - 3}}$

15.8. $y = \sqrt[3]{x^2 \cdot (x - 2)^2}$

15.9. $y = (1 - 2x)e^{x+2}$

15.10. $y = (1 - x)e^{\frac{1}{x-1}}$

15.11. $y = \ln\left(\dfrac{x - 1}{x - 2}\right) + 2$

15.12. $y = x - \operatorname{arctg}(2x)$

15.13. $f_1(x) = x^2 + x, \quad f_2(x) = 2x - 1$

Вариант 16

16.1. $f(x) = \begin{cases} 2x - x^2, & x \le x_0 \\ ax + b, & x > x_0 \end{cases}, x_0 = -2$

16.2. $y = x^3 - 8x^2 + 5x - 5$

16.3. $y = 2x^4 + 11x^3 + 18x^2 + 25x - 3$

16.4. $y = \dfrac{4x^3 + 5x + 3}{x^2 + 1}$

16.5. $y = 2x^3 - 7x^2 + 4x + 1$

16.6. $y = \dfrac{x^2}{9x^2 - 1}$

16.7. $y = \dfrac{x^2 - 3}{\sqrt{x^2 - 4}}$

16.8. $y = -\sqrt[3]{x^3 - 3x} + 1$

16.9. $y = (4 - x)e^{x-1}$

16.10. $y = (x - 2)e^{\frac{1}{x-2}}$

16.11. $y = 2 - \ln\left(\dfrac{x - 1}{x - 2}\right)$

16.12. $y = x - \operatorname{arcctg}(2x)$

16.13. $f_1(x) = x^2 - 1, \quad f_2(x) = 2x - 4$

Вариант 17

17.1. $f(x) = \begin{cases} 2 - x^2, & x \le x_0 \\ ax + b, & x > x_0 \end{cases}, x_0 = 2$

17.2. $y = 2x^3 - 7x^2 + 4x + 2006$

17.3. $y = 3x^4 - 32x^3 + 30x^2 + 5x - 7$

17.4. $y = \dfrac{3x^2 + 2x + 3}{x^2 + x}$

17.5. $y = 2x^3 + 7x^2 + 4x - 3$

17.6. $y = \dfrac{4x - 12}{(x - 2)^2}$

17.7. $y = \dfrac{1 - x^2}{\sqrt{4x^2 - 1}}$

17.8. $y = 2 + \sqrt[3]{x - 4}$

17.9. $y = (1 - 2x)e^{4x-1}$

17.10. $y = (x - 2)e^{\frac{1}{2-x}}$

17.11. $y = 2\ln\left(\dfrac{x - 1}{x}\right)$

17.12. $y = -x + \operatorname{arctg}(2x)$

17.13. $f_1(x) = x^2 + x, \quad f_2(x) = 3x - 2$

Вариант 18

18.1. $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 5x, & x \le x_0 \\ ax + b, & x > x_0 \end{cases}, x_0 = -1$

18.2. $y = 4x^3 - 9x^2 + 6x + 111$

18.3. $y = 3x^4 - 14x^3 + 12x^2 + 13x - 7$

18.4. $y = \dfrac{3x^2 + 3x + 1}{x + 4}$

18.5. $y = 2x^3 - 7x^2 + 4x + 2$

18.6. $y = \dfrac{2x - 1}{(x - 2)^2}$

18.7. $y = \dfrac{4 - x^2}{\sqrt{x^2 - 1}}$

18.8. $y = \sqrt[3]{x} \cdot (x - 1)$

18.9. $y = (1 - 3x)e^{x+1}$

18.10. $y = (x - 1)e^{\frac{1}{1-x}}$

18.11. $y = \ln\left(\dfrac{x - 1}{x}\right) - 2$

18.12. $y = -x + \operatorname{arcctg}(2x)$

18.13. $f_1(x) = x^2 - 1, \quad f_2(x) = 4x - 6$

Вариант 19

19.1. $f(x) = \begin{cases} 1 - 4x - x^2, & x \le x_0 \\ ax + b, & x > x_0 \end{cases}, x_0 = 1$

19.2. $y = 4x^3 + 3x^2 - 6x - 8$

19.3. $y = x^4 + 5x^3 + 6x^2 + x - 11$

19.4. $y = \dfrac{5x^2 + 3x + 1}{2x - 1}$

19.5. $y = x^3 + 5x^2 + 3x - 1$

19.6. $y = \dfrac{2x^3}{(x + 1)^2}$

19.7. $y = \dfrac{x^2 + 1}{\sqrt{4x^2 - 3}}$

19.8. $y = \sqrt[3]{x^2 - 16}$

19.9. $y = (2x - 1)e^{2-x}$

19.10. $y = (1 - x)e^{\frac{1}{1-x}}$

19.11. $y = 2 - \ln\left(\dfrac{x-1}{x}\right)$

19.12. $y = \dfrac{x}{2} + \operatorname{arctg} x$

19.13. $f_1(x) = 2x^2 + 1, \quad f_2(x) = 2x - 1$

Вариант 20

20.1. $f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 3, & x \le x_0 \\ ax + b, & x > x_0 \end{cases}, x_0 = 3$

20.2. $y = 4x^3 + 15x^2 + 12x - 33$

20.3. $y = x^4 + x^3 - 3x^2 + 32x - 66$

20.4. $y = \dfrac{2x^3 + x^2}{x^2 + 3}$

20.5. $y = x^3 - 5x^2 + 3x + 2$

20.6. $y = \dfrac{3x^4 + 1}{x^3}$

20.7. $y = \dfrac{x^2 + 2}{\sqrt{x^2 - 2}}$

20.8. $y = \sqrt[3]{x} \cdot (1 - x)$

20.9. $y = (2x + 5)e^{1-2x}/5$

20.10. $y = (2 - x)e^{\frac{1}{x-2}}$

20.11. $y = 2\ln\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)$

20.12. $y = \dfrac{x}{2} + \operatorname{arcctg} x$

20.13. $f_1(x) = x^2 + 3x, \quad f_2(x) = x - 2$

Вариант 21

21.1. $f(x) = \begin{cases} x^2 + 6x, & x \le x_0 \\ ax + b, & x > x_0 \end{cases}, x_0 = -2$

21.2. $y = 2x^3 - 7x^2 + 4x - 58$

21.3. $y = 3x^4 - 32x^3 + 30x^2 + 5x - 13$

21.4. $y = \dfrac{3x^2 + 2x}{x^2 + x - 6}$

21.5. $y = 2x^3 - 13x^2 + 8x + 20$

21.6. $y = \dfrac{2x + 1}{x^2}$

21.7. $y = \dfrac{8x^2}{\sqrt{x^2 - 4}}$

21.8. $y = \sqrt[3]{x^2 + 4x}$

21.9. $y = (x + 4)e^{-1-x}$

21.10. $y = (x - 2)e^{-1/x}$

21.11. $y = \ln\left(\dfrac{3x}{x+1}\right) - 1$

21.12. $y = \dfrac{x}{2} - \operatorname{arctg} x$

21.13. $f_1(x) = 2x^2 + 1, \quad f_2(x) = 5x - 3$

Вариант 22

22.1. $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 4x, & x \leq x_0 \\ ax + b, & x > x_0 \end{cases}, x_0 = -1$

22.2. $y = 4x^3 - 9x^2 + 6x - 17$

22.3. $y = 3x^4 - 14x^3 + 12x^2 + 13x$

22.4. $y = \dfrac{9x^3 + 3}{x^2 + x}$

22.5. $y = 2x^3 + 13x^2 + 8x - 20$

22.6. $y = \dfrac{x^2}{4x^2 - 1}$

22.7. $y = \dfrac{-x^2 - 1}{\sqrt{x^2 - 4}}$

22.8. $y = 2 + \sqrt[3]{(x-1)^2}$

22.9. $y = (x + 3)e^{1-x}$

22.10. $y = (x - 1)e^{1/x}$

22.11. $y = \ln\left(\dfrac{x+2}{x+3}\right)$

22.12. $y = \dfrac{x}{2} - \operatorname{arcctg} x$

22.13. $f_1(x) = x^2 + 3x, \quad f_2(x) = 2x - 1$

Вариант 23

23.1. $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 1, & x \leq x_0 \\ ax + b, & x > x_0 \end{cases}, x_0 = -1$

23.2. $y = x^3 + 6x^2 + 9x - 2$

23.3. $y = x^4 + 3x^3 + 3x^2 - 21$

23.4. $y = \dfrac{x^3+3}{2x^2+5}$

23.5. $y = x^3 - 8x^2 + 5x + 20$

23.6. $y = \dfrac{x^2+x}{x^2+1}$

23.7. $y = \dfrac{x^2+1}{\sqrt{x^2-1}}$

23.8. $y = \sqrt[3]{x^2-x}$

23.9. $y = (2-3x)e^{x+1}$

23.10. $y = (2-x)e^{-1/x}$

23.11. $y = 2 - \ln\left(\dfrac{x+2}{x+3}\right)$

23.12. $y = x + 3\,\mathrm{arctg}\,x$

23.13. $f_1(x) = 2x^2 + 2x, \quad f_2(x) = x - 1$

Вариант 24

24.1. $f(x) = \begin{cases} x^2+x-1, & x \le x_0 \\ ax+b, & x > x_0 \end{cases}, x_0 = 1$

24.2. $y = 8x^3 + 27x^2 + 12x - 12$

24.3. $y = x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 2x - 155$

24.4. $y = \dfrac{4x^2+3}{3x+1}$

24.5. $y = x^3 + 8x^2 + 5x - 8$

24.6. $y = \dfrac{3x-2-x^2}{x^2}$

24.7. $y = \dfrac{-x^2-3}{\sqrt{x^2-3}}$

24.8. $y = \sqrt[3]{x(x-3)^2}$

24.9. $y = (3-2x)e^{x+1}$

24.10. $y = (1-x)e^{1/x}$

24.11. $y = 1 - 2\ln\left(\dfrac{x+2}{x+3}\right)$

24.12. $y = x + 3\,\mathrm{arcctg}\,x$

24.13. $f_1(x) = 2x^2 - 1, \quad f_2(x) = 4x - 5$

Вариант 25

25.1. $f(x) = \begin{cases} -x^2+x, & x \le x_0 \\ ax+b, & x > x_0 \end{cases}, x_0 = -2$

25.2. $y = 8x^3 + 33x^2 + 36x - 5$

25.3. $y = 2x^4 + 9x^3 + 6x^2 + 2x - 19$

25.4. $y = \dfrac{5x^2 + x}{x^2 + x - 4}$

25.5. $y = x^3 - 4x^2 - 3x + 10$

25.6. $y = \dfrac{(x+1)^2}{x^2 + 2x}$

25.7. $y = \dfrac{4x^2 - 3}{\sqrt{4x^2 - 9}}$

25.8. $y = 2x - 3 \cdot \sqrt[3]{x^2}$

25.9. $y = (1 - x)e^{2-x}$

25.10. $y = \dfrac{e^{1-x}}{x^2}$

25.11. $y = 3\ln\left(\dfrac{x-2}{x+2}\right)$

25.12. $y = -\dfrac{x}{2} + \operatorname{arctg} x$

25.13. $f_1(x) = 2x^2 + 2x, \quad f_2(x) = 2x - 4$

Вариант 26

26.1. $f(x) = \begin{cases} x - x^2, & x \leq x_0 \\ ax + b, & x > x_0 \end{cases}, x_0 = -2$

26.2. $y = x^3 - 8x^2 + 5x - 5$

26.3. $y = 2x^4 + 11x^3 + 18x^2 + 2x - 13$

26.4. $y = \dfrac{4x^4 + 3x^3}{x^3 + 1}$

26.5. $y = x^3 + 4x^2 - 3x - 10$

26.6. $y = \dfrac{(1-x)^3}{1 - 2x}$

26.7. $y = \dfrac{-x^2 - 3}{\sqrt{4x^2 - 9}}$

26.8. $y = 6x - 9 \cdot \sqrt[3]{(x-1)^2}$

26.9. $y = (4 - 3x)e^{3-x}$

26.10. $y = x \cdot e^{\frac{1}{x^2}}$

26.11. $y = 1 - 3\ln\left(\dfrac{x-2}{x+2}\right)$

26.12. $y = -\dfrac{x}{2} + \operatorname{arcctg} x$

26.13. $f_1(x) = x^2 + 3x + 2, \quad f_2(x) = 2x$

Вариант 27

27.1. $f(x) = \begin{cases} 2 - x^2, & x \le x_0 \\ ax + b, & x > x_0 \end{cases}, x_0 = 2$

27.2. $y = 2x^3 - 7x^2 + 4x + 22$

27.3. $y = 3x^4 - 32x^3 + 30x^2 + 9x - 7$

27.4. $y = \dfrac{3x^2 + 2x}{x^2 + 5x}$

27.5. $y = x^3 - 7x^2 - 5x + 10$

27.6. $y = \dfrac{x^2 - 2x + 2}{1 - x}$

27.7. $y = \dfrac{3 - x^2}{\sqrt{4x^2 - 3}}$

27.8. $y = 1 - \sqrt[3]{(x^2 - 1)^2}$

27.9. $y = (4 - 3x)e^{x+1}$

27.10. $y = \dfrac{e^{-\frac{x^2}{2}}}{x}$

27.11. $y = 3 - \ln\left(\dfrac{x - 2}{x + 2}\right)$

27.12. $y = x + \operatorname{arctg}\left(\dfrac{x}{2}\right)$

27.13. $f_1(x) = x^2 + x - 2, \quad f_2(x) = x - 3$

Вариант 28

28.1. $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 5x, & x \le x_0 \\ ax + b, & x > x_0 \end{cases}, x_0 = -1$

28.2. $y = 4x^3 - 9x^2 + 6x + 9$

28.3. $y = 3x^4 - 14x^3 + 12x^2 + 14x - 17$

28.4. $y = \dfrac{2x^2 + 3x + 1}{x + 4}$

28.5. $y = x^3 + 7x^2 - 5x - 10$

28.6. $y = \dfrac{2x^2 - 6}{x - 2}$

28.7. $y = \dfrac{-3 - x^2}{\sqrt{4x^2 - 1}}$

28.8. $y = 3 \cdot \sqrt[3]{(x + 4)^2} - 2x - 8$

28.9. $y = (3x - 5)e^{2-x}$

28.10. $y = x \cdot e^{\frac{1}{2x^2}}$

28.11. $y = \ln\left(\dfrac{x}{2x-1}\right)$

28.12. $y = x + \operatorname{arcctg}\left(\dfrac{x}{2}\right)$

28.13. $f_1(x) = x^2 + 3x + 2, \quad f_2(x) = x - 1$

Вариант 29

29.1. $f(x) = \begin{cases} 1 - 5x - x^2, & x \leq x_0 \\ ax + b, & x > x_0 \end{cases}, x_0 = 1$

29.2. $y = 4x^3 + 3x^2 - 6x - 8$

29.3. $y = x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 3x - 11$

29.4. $y = \dfrac{5x^2 + 3x + 1}{2x - 1}$

29.5. $y = 2x^3 + 11x^2 - 8x - 7$

29.6. $y = \dfrac{x^2 - 6x + 4}{3x - 2}$

29.7. $y = \dfrac{x^2 - 9}{\sqrt{4x^2 - 1}}$

29.8. $y = 8x - 16 - 12 \cdot \sqrt[3]{(x+4)^2}$

29.9. $y = \dfrac{1}{2}(x+1)e^{3-2x}$

29.10. $y = \dfrac{e^x}{x^2}$

29.11. $y = 1 - \ln\left(\dfrac{x}{2x-1}\right)$

29.12. $y = x - \operatorname{arctg}\left(\dfrac{x}{2}\right)$

29.13. $f_1(x) = x^2 + x - 2, \quad f_2(x) = 2x - 3$

Вариант 30

30.1. $f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 2, & x \leq x_0 \\ ax + b, & x > x_0 \end{cases}, x_0 = -3$

30.2. $y = 4x^3 + 15x^2 + 12x - 2$

30.3. $y = x^4 + x^3 - 3x^2 + 52x - 5$

30.4. $y = \dfrac{3x^3 + 4x^2}{x^2 + 2x}$

30.5. $y = 2x^3 - 11x^2 - 8x + 11$

30.6. $y = \dfrac{3x - 2}{x^3}$

30.7. $y = \dfrac{9 - x^2}{\sqrt{x^2 - 1}}$

30.8. $y = 3 \cdot \sqrt[3]{x \cdot (x - 1)}$

30.9. $y = (1 - x)e^{2x-1}$

30.10. $y = \dfrac{e^{-x}}{x^2}$

30.11. $y = \ln\left(\dfrac{x}{2x - 1}\right)$

30.12. $y = -x + \operatorname{arcctg}\left(\dfrac{x}{2}\right)$

30.13. $f_1(x) = x^2 + 2x - 3, \quad f_2(x) = 4x - 5$